

Mitos e verdades sobre a Razão Áurea: contribuições da utilização de informações históricas na formação de professores

Myths and truths about the Golden Ratio: contributions of the use of
historical information in the training of teachers

Ana Caroline Frigéri Barboza¹
Érica Gambarotto Jardim Bergamim²
Lucieli M. Trivizoli³

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo identificar como informações históricas podem contribuir para a formação docente no que se refere ao conteúdo Razão Áurea. Dessa forma, no referencial teórico, discute-se sobre a relevância da postura investigativa do professor e as contribuições que a utilização da história da matemática propicia à formação deste profissional, bem como a respeito de alguns aspectos da Razão Áurea. Para tanto, foi realizada uma implementação que envolveu a utilização da história da matemática, a fim de trabalhar o conteúdo Razão Áurea com alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino. Neste trabalho, o enfoque foi direcionado para o estudo dos mitos e verdades concernentes à Razão Áurea durante o planejamento da implementação, bem como para as discussões dos alunos em um momento posterior. A pesquisa é de natureza qualitativa, baseada na observação participante para coleta dos dados e na categorização mista, para análise do que fora constituído. Conclui-se que a utilização de informações históricas acerca do conteúdo Razão Áurea propiciou manifestações críticas, de modo que as professoras pesquisadoras e os alunos em formação inicial tiveram a oportunidade de desconstruir determinadas crenças impregnadas e disseminadas na história.

Palavras chave: História na Educação Matemática; Formação docente; Razão Áurea; Mitos e verdades.

Abstract

This paper aims to identify how historical information can contribute to teacher education regarding to the Golden Ratio content. Therefore, in the theoretical framework, the relevance of the teacher's investigative stance and the contributions that the use of the history of mathematics provides for the training of this professional are discussed, as well as about some aspects of the Golden Ratio. For this purpose, an implementation was carried out that involved the use of the history of mathematics, in order to work on the Golden Ratio content with 4th year students of the Mathematics Degree course at a public educational institution. In this paper, the focus was directed to the study of myths and truths concerning the Golden Ratio during the planning of the implementation, as well as to the discussions of the students later. The research is qualitative in nature, based on participant observation for data collection and mixed categorization, for analysis of what had been constituted. We concluded that the use of historical information about the Golden Ratio content led to critical manifestations, so that the research teachers and students in initial training had the opportunity to deconstruct certain beliefs impregnated and disseminated in history.

Keywords: History in the Mathematical Education; Teacher education; Golden Ratio; Myths and truths.

¹ Universidade Estadual de Maringá | anac_fbarboza@hotmail.com

² Universidade Estadual de Maringá | ericagambarotto@hotmail.com

³ Universidade Estadual de Maringá | lmtrivizoli@uem.br

Introdução

Em meio às diversas áreas da Educação, a Educação Matemática possui seu lugar próprio, inclusive, no tocante à formação docente e ao ensino e aprendizagem (D'AMBROSIO, 1993). Dentre as vertentes dessa área encontra-se a História da Matemática, a qual se constitui como um campo investigativo que propõe o estudo e compreensão dos contextos históricos, sociais e políticos de assuntos matemáticos em geral.

A História da Matemática também possui algumas ramificações em seu campo, dentre elas: História da Matemática propriamente dita, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática (MIGUEL; MIORIM, 2004). O primeiro segmento destina-se ao estudo da própria História da Matemática em si; o segundo, aos contextos históricos envolvidos na Educação Matemática; e o terceiro tem o intuito de promover estudos voltados à formação docente, inicial ou continuada, bem como para o ensino e aprendizagem de Matemática.

De acordo com Trivizoli (2016), vale destacar que, embora haja boa quantidade de pesquisas relacionadas à História na Educação Matemática, ainda há escassez de textos científicos que investigam como utilizar a história da matemática no processo de ensino e aprendizagem, relatando o modo como isso pode ser feito. Sendo assim, o presente trabalho situa-se no campo da História na Educação Matemática, pois discute sobre a relevância da postura investigativa do professor e as contribuições que a utilização da história da matemática propicia à formação deste profissional, bem como a respeito de alguns aspectos da Razão Áurea.

Desse modo, este trabalho tem por objetivo identificar como informações históricas podem contribuir para a formação docente no que se refere ao conteúdo Razão Áurea. Para tanto, foi realizada uma implementação com 20 alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM), em abril de 2019. Foram necessários três dias de aulas para a realização da proposta, somando um total de 6h/a.

A implementação, conforme mencionado, foi realizada em três encontros. No primeiro (25/04/19), inicialmente foi solicitado que os alunos se reunissem em grupos, cada qual com uma denominação: G1, G2, G3, G4 e G5. Neste dia, a aula foi introduzida por meio de uma contextualização histórica sobre o surgimento da Razão Áurea, para, em seguida, serem propostas duas atividades: a primeira propiciava que os alunos conhecessem a representação decimal e fracionária do número irracional que é gerado pela Razão Áurea; já a segunda tinha como intuito construir um Retângulo de Ouro e verificar onde se encontrava o Número de Ouro nele.

No segundo dia (26/04/19), prosseguiu-se com as discussões sobre o progresso da Razão Áurea, e foram propostas mais duas atividades, que tinham como objetivo propiciar aos alunos a reflexão sobre mitos e verdades da presença da Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros, mediante uma pesquisa que eles próprios fariam na internet para que, em seguida, verificassem, por meio de medições, um objeto histórico que genuinamente contém a Razão Áurea (no caso, o Pentagrama, da escola pitagórica).

No terceiro dia (31/04/19), o último de implementação, foi proposta uma atividade que tinha como objetivo a resolução, por parte dos alunos, do problema dos coelhos presente no livro *Liber Abacci*, de Leonardo Fibonacci, para posteriormente investigarem os números da sequência de Fibonacci e descobrir o porquê de esta sequência estar relacionada ao Número de Ouro.

Neste texto, o enfoque foi direcionado para o estudo dos mitos e verdades concernentes à Razão Áurea durante o planejamento da implementação, bem como para as discussões dos alunos acerca destes mitos. Quanto aos procedimentos metodológicos, ressalta-se que a pesquisa classifica-se como de natureza qualitativa, pautando-se na observação participante para constituição dos dados e na categorização mista para análise do que foi obtido, de acordo com os autores que sustentam tais procedimentos.

Nas próximas seções, será apresentada uma fundamentação teórica sobre o papel do professor pesquisador atrelado à história da matemática, para em seguida, em outra seção, direcionar o enfoque à Razão Áurea no contexto da história da matemática. Na sequência, serão apresentados os encaminhamentos metodológicos, que sustentam o delineamento do trabalho. E, em seguida, a fim de relacionar o respaldo teórico com os dados coletados, serão apresentados os resultados e discussões, que emergiram a partir das manifestações dos integrantes, acerca de mitos e verdades com relação à presença da Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros. Por fim, serão tecidas algumas considerações diante de todo o trabalho desenvolvido.

O papel da pesquisa e da história da matemática para o professor em formação

Nos últimos 30 anos, a preocupação com a formação docente tem se acentuado. Diante deste cenário, a partir da década de 90, começaram a emergir estudos críticos à formação tradicional, a qual concebia que ensinar consiste em transmitir conteúdo (VALENTE; MENDES, 2018). Diante disso, surgem propostas que redefinem a função do professor frente ao processo de ensino e aprendizagem: o papel de transmissor do conhecimento é deixado de lado e surge um novo, o do docente como mediador do conhecimento.

Nessa perspectiva, no ano 2000 surge a Proposta de Diretrizes para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica, em Nível Superior, em que se verifica o surgimento desse novo papel, pois neste documento é sugerido que “a formação de um profissional de educação tem que estimulá-lo a aprender o tempo todo, a pesquisar, a investir na própria formação e a usar sua inteligência, criatividade, sensibilidade e capacidade de interagir com outras pessoas” (BRASIL, 2000, p. 13). Desse modo, evidencia-se a necessidade de o professor investigar, pesquisar e refletir sobre sua prática; este profissional deve ser estimulado a desenvolver uma postura investigativa sobre sua área de atuação (BRASIL, 2000).

Nesse contexto, um dos princípios orientadores para uma reforma na formação de professores, sugerida nesta proposta, é a pesquisa como elemento essencial na formação profissional do docente. Vale ressaltar que a concepção de pesquisa neste documento é diferente da concepção de pesquisa acadêmica ou científica. Garcia (2009, p. 177) explica essa diferença explicitando que:

Em relação à finalidade, a pesquisa científica tem a preocupação com a originalidade, a validade e o reconhecimento por uma comunidade científica. A pesquisa do professor busca o conhecimento da realidade, para transformá-la, visando à melhoria das práticas pedagógicas e à autonomia do professor. Em relação ao rigor, o professor pesquisa sua própria prática e encontra-se, portanto, envolvido, diferentemente do

pesquisador teórico. Em relação aos objetivos, a pesquisa do professor tem caráter instrumental e utilitário, enquanto a pesquisa acadêmica em educação em geral está conectada com objetivos sociais e políticos mais amplos.

Tendo em vista essa diferença, salienta-se que, neste trabalho, a postura investigativa do professor “refere-se a uma atitude cotidiana de busca de compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento de seus alunos e à autonomia na interpretação da realidade e dos conhecimentos que constituem seus objetos de ensino” (BRASIL, 2000, p. 45). Isso significa que essa postura remete à pesquisa como instrumento de trabalho para o professor aperfeiçoar sua prática e, conseqüentemente, contribuir com o processo de formação de seus alunos.

Considerando que a pesquisa exerce papel fundamental na postura do professor, vale destacar que, em consonância com esta ideia, no que se refere à formação inicial do professor de matemática, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática estabelecem que as características desejadas para o licenciado nesta área são:

- visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos
- visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania
- visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina (BRASIL, 2001, p. 3).

Para que essas características sejam intrínsecas ao trabalho do professor, é necessário que alguns aspectos do conhecimento matemático sejam desmistificados, por exemplo, a ideia de que esse saber é produzido exclusivamente por determinados grupos sociais mais desenvolvidos. Para que isso aconteça, considera-se que o conhecimento sobre informações históricas a respeito de conceitos matemáticos pode contribuir para esta desmistificação. Essa ideia é exposta nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quando estes afirmam que

ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p. 34).

Além disso, de acordo com esse documento, utilizar a história da matemática pode contribuir com o esclarecimento de algumas ideias que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente no que se refere a apresentar respostas para alguns porquês e, assim, auxiliar na constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos do conhecimento (BRASIL, 1997),

uma atitude importante não só para o estudante, mas também para o professor de matemática.⁴

Segundo Mendes e Chaquiam (2016), têm-se ampliado estudos acerca de abordagens didáticas baseadas na história da matemática como ferramenta para o ensino de Matemática. Neste cenário, alguns autores dialogam sobre a utilização da história da matemática em sala de aula, elencando argumentos reforçadores e outros questionadores quanto a esse uso.

Sob esse aspecto, quanto aos argumentos favoráveis à utilização da história da matemática, na perspectiva mencionada, destacam-se alguns deles, de acordo com Miguel e Miorim (2004, p. 61-62):

Fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino;

Fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar;

Fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática Escolar;

Fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar;

Fonte de busca de compreensão e de significado para o ensino-aprendizagem da matemática escolar na atualidade;

Fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;

Fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática Escolar;

Fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da matemática;

Fonte para a compreensão da natureza e das características distintas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento;

Fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino;

Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas;

Fonte que possibilita uma conscientização epistemológica;

Fonte que possibilita um trabalho pedagógico como sentido da conquista da autonomia intelectual;

⁴ Vale destacar que as autoras estão cientes de que há documentos mais recentes que norteiam a Educação Básica brasileira. Recomenda-se verificar como a História da Matemática é abordada nesse sentido, no artigo de Machado e Trivizoli (2018).

Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática;

Fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento;

Fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar.

Ao encontro destes argumentos, Tzanakis e Arcavi (2000) também apoiam a utilização da história da matemática no processo educacional. Especificamente em relação à formação do professor, os autores apontam que esse uso contribui para o percurso didático dos docentes e seu repertório pedagógico.

No entanto, é preciso enfatizar também que há obstáculos ao fazer essa utilização. Nesse sentido, quanto aos argumentos que questionam a utilização da história da matemática, Miguel e Miorim (2004, p. 62) apresentam os seguintes: “ausência de literatura adequada; natureza imprópria da literatura disponível; história como fator complicador e ausência de sentido de progresso histórico”. Outras objeções de ordem prática em relação à utilização da história da matemática no ensino são: falta de tempo, de recursos, de experiência do professor e de avaliação (TZANAKIS; ARCAVI, 2000).

Ainda, no que se refere à dificuldade de natureza prática para o professor utilizar a história da matemática em seu trabalho, tem-se que um obstáculo crucial é a falta de conhecimentos históricos por parte do docente de Matemática. Sobre este fato, Rhea (2018), citando Kline (1976) e Dambros (2001), alerta para o despreparo dos professores neste contexto. De fato, essa falta de conhecimentos históricos está presente na prática docente, todavia, conforme apresentado sobre a postura investigativa na formação do professor, considera-se que é possível superar essa situação.

Dessa forma, quando o professor optar por utilizar a história da matemática, este deve apropriar-se adequadamente desta abordagem de ensino, a fim de que os argumentos potencializadores, embasados nos autores mencionados (TZANAKIS; ARCAVI, 2000; MIGUEL; MIORIM, 2004), destaquem-se com relação aos argumentos questionadores e contribuam com a formação dos docentes e discentes.

Ainda nesse sentido, ao utilizar a história da matemática, o professor precisa conscientizar-se acerca das possibilidades e modos de utilização dessa abordagem de ensino: as informações históricas podem contribuir para melhorar o planejamento e execução das práticas docentes, bem como para auxiliar o professor a esclarecer os modos de produção do conhecimento matemático e suas transformações no decorrer do tempo, como sugerem Mendes e Chaquiam (2016). Além disso, esses autores enfatizam que a utilização da história da matemática não deve estar focada somente em aprender sobre determinado conteúdo, mas também nos aspectos formativos dos estudantes, desempenhando um papel autônomo e crítico.

Ademais, as fontes nas quais as informações históricas são buscadas também precisam ser analisadas com cuidado, pois a veracidade das informações é um elemento essencial para o êxito desta abordagem. Nesse sentido, Mendes e Chaquiam (2016, p. 20) apontam que:

Outro aspecto que merece muita cautela por parte do professor é a utilização de lendas e mitologias relacionadas às histórias da matemática, tais como encontramos muitas vezes presentes em livros de literatura ou mesmo em livros de história da matemática ou em paradidáticos, cuja elaboração está baseada nas informações históricas de fontes não seguras ou que apostam no imaginário. O professor poderá utilizar tal material desde que saiba explorar o potencial imaginativo do material e estimular o exercício de problematização nos alunos, bem como a sua capacidade criativa para criar algumas matemáticas e conectá-las ao conteúdo programático previsto no planejamento do professor. As histórias romanceadas apresentam esse potencial em suas elaborações e muitas vezes podem ser prejudiciais se não forem bem utilizadas pelo professor.

Dessa forma, a postura investigativa do professor torna-se um importante instrumento na identificação e seleção das informações pertinentes aos conteúdos. Tendo em vista esse alerta e o objetivo deste trabalho, na próxima seção serão abordados alguns mitos e verdades sobre a presença da Razão Áurea em alguns objetos, monumentos, dentre outros.

Mitos e verdades sobre a Razão Áurea

Quando há menção sobre a expressão “Razão Áurea”, costuma-se associá-la à noção de beleza, perfeição, harmonia. Essa ideia é corroborada em trabalhos, como artigos, livros, dissertações, teses, dentre outros, os quais defendem que “o que é agradável aos olhos” em determinados monumentos, obras de artes e objetos do cotidiano, decorre da presença da Razão Áurea. No entanto, será que esta afirmação pode ser considerada verdadeira? Em quais contextos? A presença da Razão Áurea pode ser sempre associada à beleza, perfeição, harmonia? Além disso, será que, de fato, há comprovação da utilização deliberada da Razão Áurea em determinados elementos e construções?

Segundo Livio (2006), nem todas as afirmações concernentes à Razão Áurea podem ser verificadas de fato. Muitas delas advêm de informações perpassadas durante toda a história da humanidade e se fazem presentes na sociedade até os dias atuais, todavia, sem uma comprovação científica que esclareça as dúvidas elencadas no parágrafo anterior.

Sobre as origens da Razão Áurea, o primeiro registro histórico se encontra no VI capítulo do livro *Os Elementos*, de Euclides. Nessa época, a expressão Razão Áurea não era conhecida e a divisão de um segmento para conter esta razão era denotada da seguinte maneira: “dividir um segmento em média e extrema razão” (BOYER, 2010, p. 35). Para esclarecer, no segmento AB a seguir, temos o ponto C, que divide esse segmento em média e extrema razão, quando a seguinte proporção é satisfeita: a razão do comprimento de AB para o comprimento de AC é igual à razão do comprimento de AC para o comprimento de CB (LIVIO, 2006).

Assim, do ponto de vista geométrico, temos que:



Figura 1: Representação geométrica de um segmento áureo. Fonte: as autoras.

Por sua vez, do ponto de vista numérico, temos que:

$$\frac{(a+b)}{a} = \frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,61803\dots$$

Para mais, conforme já mencionado, há determinadas indagações sobre a Razão Áurea. Nesse sentido, um monumento histórico notório no que se refere à presença desta razão faz referência ao templo grego Partenon. Diversas são as afirmações a respeito dessa construção histórica criada na antiguidade. Muitos autores afirmam que a sua parte frontal se enquadra perfeitamente em um Retângulo Áureo, ou seja, em um retângulo que contém a Razão Áurea. No entanto, alguns historiadores posicionam-se contra essa afirmação, indicando que, por exemplo, determinados espaços e medidas do monumento vão além das medidas deste Retângulo (LIVIO, 2006), conforme apresentado na figura 2.

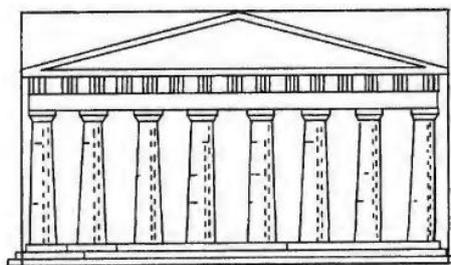


Figura 2: Parte frontal do Partenon. Fonte: Livio (2006).

Outro objeto histórico que merece destaque refere-se à Mona Lisa, uma obra de Leonardo da Vinci (1452-1519). Há indícios de que, no formato de seu rosto, encaixa-se um Retângulo Áureo, todavia, faltam indicativos sobre em qual local especificamente este Retângulo poderia estar localizado, ou seja, não há comprovações científicas que garantem a presença da Razão Áurea neste objeto, bem como no Partenon (LIVIO, 2006). A figura 3 ilustra uma exemplificação.

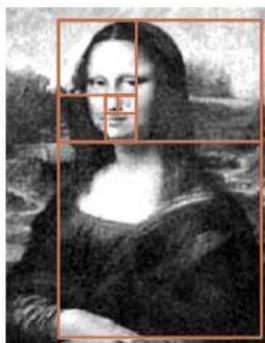


Figura 3: Mona Lisa. Fonte: Lauro (2005).

Somente no período Renascentista surge a expressão "Razão Áurea". Luca Pacioli publicou a obra *Divina Proportione* na qual, segundo Livio (2006), aborda algumas ideias excêntricas sobre esta razão, associando-a à divindade e à perfeição. Assim, desde então, esta expressão é associada a mitos/lendas. Foi essa obra em específico que influenciou significativamente a história desse termo e que possui referência até os dias atuais.

Brownlee (2015) reafirma a ideia mencionada inicialmente, acerca da íntima relação entre a Razão Áurea e o belo, exemplificando com o Partenon, a Mona Lisa, dentre outros objetos e monumentos históricos para sustentar tal afirmação. Destaca-se que este autor apropria-se de ideias voltadas ao *design* para estas asserções. Brownlee (2015, s/p., tradução nossa) alega ser mito/lenda esta associação da beleza decorrente da Razão Áurea: "A boa fé estética da proporção áurea é uma lenda urbana, um mito, um unicórnio do *design*. Muitos *designers* não a usam e, se o fazem, diminuem enormemente sua importância".

Além disso, o autor supracitado ainda complementa que as pessoas que acreditam nesta associação, da beleza com a Razão Áurea, enganam-se em ter essa concepção ilusória.

No entanto, se há autores que dialogam acerca dos mitos/lendas com relação à Razão Áurea, por que esta razão se faz tão presente em associação com a beleza, com a perfeição, com a harmonia? Conforme Devlin⁵ (apud BROWNLEE, 2015, s/p., tradução nossa), essa associação decorre do fato de que "Somos criaturas geneticamente programadas para ver padrões e buscar significado". Ou seja, buscamos relacionar aquilo que achamos belo com um padrão. Muitas pessoas acreditam que a Razão Áurea está presente em determinados elementos, locais, mas, a depender do que se refere, não há comprovação científica de que a Razão Áurea foi utilizada deliberadamente pelos seus artistas e/ou construtores. Ênfatica-se que, para tal comprovação, são necessários habilidades e cálculos matemáticos específicos.

Aspectos metodológicos

Este trabalho é de natureza qualitativa, a qual, segundo D'Ambrosio (2004, p. 12), "tem como foco entender e interpretar dados e discursos". O autor alega que pesquisas dessa natureza valorizam as pessoas e suas ideias, observando reações e comportamentos dos indivíduos. No que se refere à constituição dos dados, esta foi obtida por meio da observação participante que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 107), "[...] é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando essas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo, etc.". A observação participante foi realizada durante a implementação e reflete a prática das pesquisadoras como integrantes da pesquisa.

Para o processo de sistematização e análise dos dados obtidos, foi utilizada a categorização mista que, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 135), refere-se a "quando o pesquisador obtém as categorias a partir de um confronto entre o que diz a literatura e o que encontra nos registros de campo".

De acordo com o exposto anteriormente, na próxima seção, que reúne resultados e discussões, será colacionado o que é defendido pelos autores citados com a experiência da implementação. Para isso, procurou-se evidenciar as dificuldades identificadas ao estudar/pesquisar para realizar a implementação e o modo como foi possível superar esses obstáculos, corroborando para o aperfeiçoamento profissional das autoras. Em seguida, buscou-se esclarecer como as informações históricas auxiliaram no desdobramento da implementação, em específico, no que se refere aos mitos e verdades relacionados ao conteúdo Razão Áurea.

O foco neste trabalho é discutir a desmistificação de informações históricas, acerca da Razão Áurea, presentes em materiais, documentos, dentre outros, e como a reflexão sobre essa desmistificação contribui com o processo de formação do futuro docente, destacando seu papel como professor-pesquisador. Para tanto, na seção seguinte, serão analisados os dados obtidos por meio da preparação e da implementação no enfoque proferido.

⁵ Keith Devlin é professor de matemática da Universidade de Stanford (BROWNLEE, 2015).

Resultados e discussões

A análise dos dados obtidos fundamenta-se na categorização mista de Fiorentini e Lorenzato (2012). Ressalta-se que foi utilizado esse procedimento tendo em vista que, no decorrer da interpretação e análise destes dados, foi possível identificar categorias não definidas antes da implementação, bem como manter categorias idealizadas *a priori*. Estas estão de acordo com o que é apresentado por Miguel e Miorim (2004) e Tzanakis e Arcavi (2000), no que se refere às dificuldades de estudo/planejamento para o desenvolvimento de uma aula pautada na história da matemática.

Assim, antes da implementação, as professoras pesquisadoras buscaram encontrar materiais direcionados ao seu objetivo, isto é, verificar possibilidades da utilização da história da matemática para o ensino da Razão Áurea no âmbito da formação inicial de professores. Para isso, foi necessário realizar pesquisas que fornecessem subsídios relacionados às informações históricas sobre o conceito da Razão Áurea, bem como especificidades matemáticas do conceito.

No processo de busca dessas informações, as pesquisadoras encontraram algumas dificuldades com relação aos materiais que abordavam a temática. Dentre elas, enfatizam-se algumas categorias elencadas *a priori*, a saber: *ausência de literatura adequada, informações superficiais e divergência entre fontes*. As categorias proferidas já eram previstas pelas professoras pesquisadoras, pois essas dificuldades vão ao encontro do que Miguel e Miorim (2004) apontam como argumentos questionadores quanto à utilização da história da matemática em sala de aula.

As professoras pesquisadoras iniciaram as pesquisas em livros renomados de história da matemática (BOYER, 2010; EVES, 2011). No entanto, nestes materiais foram encontradas informações incompletas, pois os dados sobre Razão Áurea eram insuficientes para o objetivo da implementação; este fato relaciona-se com o que é proferido por Miguel e Miorim (2004) no que se refere à ausência de literatura adequada e à natureza imprópria da literatura disponível, no sentido de que esta não é direcionada à sala de aula. Entretanto, Miguel e Miorim (2004) apontam que estas dificuldades deveriam ser vistas como uma oportunidade de contribuir com mais pesquisas e trabalhos direcionados a este enfoque, como uma forma de buscar suprir esses argumentos questionadores.

Diante desse cenário, foi preciso realizar buscas em teses, dissertações, artigos, dentre outros, que abrangessem a temática Razão Áurea. No entanto, alguns desses trabalhos traziam informações divergentes entre si acerca de mitos/lendas e verdades com relação à presença desta razão na natureza. Desse modo, tendo em vista o que Mendes e Chaquiam (2016) alegam sobre os professores terem cautela com relação à utilização de mitos/lendas e verdades sobre a história da matemática, foi necessário que as professoras pesquisadoras fizessem uma escolha de materiais com o intuito de selecionar informações fidedignas.

Nesse sentido, enfatiza-se que, a realização de pesquisas por parte do professor, é fundamental para superar dificuldades encontradas no decorrer da sua prática docente. Todavia, demanda-se tempo para realizar tais ações. As autoras pesquisadoras deste trabalho concordam com Miguel e Miorim (2004), segundo os quais o tempo dispensado para tal realização é compensado, pois esse processo possibilita um aprender com significado.

Ainda, nesse processo de estudos e pesquisas para a realização da implementação, as pesquisadoras passaram a ter conhecimento de informações históricas relevantes para o desenvolver do conhecimento matemático, não somente relacionado ao termo Razão

Áurea, mas também à influência social e cultural de civilizações, bem como a importância de determinados períodos históricos que contribuíram para o progresso do conhecimento matemático com vistas a suprir as necessidades humanas.

No que se refere à realização da implementação, esta foi realizada pautando-se em contextos históricos concernentes à Razão Áurea. Buscaram-se por épocas, nomes e contribuições que caracterizassem o progresso do conceito Razão Áurea em diversos momentos históricos.

Sendo assim, tendo em vista o objetivo deste trabalho, a análise direciona-se de modo mais detalhado à atividade solicitada aos alunos, os quais realizaram pesquisas na internet para promover discussões sobre mitos e verdades, no que se refere à presença da Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros, proposta realizada no segundo dia. Vale destacar que este momento demonstrou relevância para os integrantes, tanto para as professoras pesquisadoras quanto para os alunos em formação inicial, pois houve oportunidade de socialização de ideias e desconstrução de informações equivocadas.

Algumas respostas apresentadas com relação às pesquisas realizadas pelos alunos foram o Partenon, a Mona Lisa, Pirâmides do Egito e cartão de crédito. Para promover uma discussão a respeito do que era mito e do que era verdade sobre os objetos, obras de arte e construções históricas elencadas pelos alunos, as professoras autoras deste trabalho utilizaram as próprias informações históricas presentes em Livio (2006), como apoio para explicar o porquê de algumas informações sobre a presença da Razão Áurea – no Partenon, Pirâmides do Egito e Mona Lisa – não serem comprovadas cientificamente.

Registro das falas dos alunos		Categoria
<p><i>Grupo 3 (G3)</i> C2: Ah... Eu sei... Cartão de crédito. C3: É? C2: É. C3: Não sabia. C1: Por quê? C2: Porque é o número da perfeição. O cartão de crédito tem a razão áurea.</p>	<p><i>Grupo 5 (G5)</i> D1: O que você estava me mostrando: D2: Pepsi. D1: Ah sim. Logos... Logotipos sempre seguem a razão áurea. De marcas grandes. D2: Toyota D1: Porque é provado que... é provado que você acha agradável. A Pepsi, Toyota, Twitter. Tudo.</p>	<p><i>Senso comum para justificar a presença da Razão Áurea</i></p>

Quadro 1: Transcrição das gravações em áudio. Fonte: as autoras.

O Quadro 1 apresenta alguns registros⁶ das discussões dos alunos com relação ao processo de pesquisa na internet, bem como as reflexões após as informações históricas

⁶ De acordo com a organização dos grupos, nesses registros os alunos são identificados por meio de uma letra maiúscula seguida de um número natural: No Grupo 1, os alunos são A1, A2, A3... No Grupo 2, os alunos são B1, B2, B3... e assim por diante. A identificação de P se refere à intervenção das professoras.

apresentadas pelas professoras. Os registros foram organizados baseando-se na categorização mista de Fiorentini e Lorenzato (2012), associada à interpretação das autoras, correlacionando com o que é defendido por autores de nossa literatura-base e com a experiência da implementação.

Nesses dois registros, é possível perceber que, nos argumentos dos alunos para defender a presença da Razão Áurea em determinados objetos, consta a associação com a noção de perfeição, beleza, mediante a ideia de que objetos que contém esta razão são mais agradáveis aos olhos. Ou seja, os estudantes apresentam argumentos comumente utilizados para explicar a presença da Razão Áurea sem questionar o porquê dessas afirmações, apenas reproduzindo, possivelmente, o que já ouviram falar sobre isso. Essa associação que os alunos fizeram vai ao encontro do que é apontado por Brownlee (2015), segundo o qual a Razão Áurea seria uma espécie de explicação que se pauta em um padrão para suprir a necessidade do ser humano de explicar/dar significado ao que é bem feito e bonito.

Registros das falas dos alunos			Categoria
<p><i>Grupo 1 (G1)</i> <i>P: O que vocês registraram?</i> <i>A3: Tá falando aqui que também tem nos dentes?</i> <i>[risos]</i> <i>P: Nos dentes?</i> <i>A4: É. Eu também achei um negócio...</i> <i>A3: Nos dentes, na mão.</i> <i>P: O que vocês acham?</i> <i>A3: Nem todo dente tem.</i> <i>A4: Então... é a boca de tal fulano que deu certo.</i> <i>A3: No símbolo da Apple também.</i> <i>A2: Tem?</i> <i>A1: Eu acho que aí já tá... já tá forçando, né. Será?</i></p>	<p><i>Grupo 2 (G2)</i> <i>B1: Nas flores?</i> <i>B2: Ah, mas eu acho que isso é muito... tipo... falível de... tipo, nem sempre eu acho.</i> <i>B1: Uhum...</i></p>	<p><i>Grupo 3 (G3)</i> <i>C1: Nas pirâmides do Egito?</i> <i>C3: Não sei. É?</i> <i>C2: Sério?</i> <i>C1: Tá aqui num pdf que achei.</i> <i>C2: Não sabia</i></p>	<p>Questionamentos críticos</p>

Quadro 2: Transcrição das gravações em áudio. Fonte: as autoras.

Nos três registros apresentados, é possível perceber manifestações de dúvidas em relação às informações sobre a presença da Razão Áurea em determinadas figuras analisadas. Infere-se que a reflexão presente nessas falas está em consonância com o seguinte argumento reforçador: "*Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática*" (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 62), pois a atividade possibilitou que os alunos manifestassem seu senso crítico, desconfiando de algumas informações disponibilizadas na internet sobre a Razão Áurea.

Registros das falas dos alunos		Categoria
<p><i>Grupo 1 (G1)</i> <i>A3: Então... por isso que... tipo assim, é meio forçado. É a mesma coisa de você pega qualquer objeto e tenta encaixar um retângulo.</i></p>	<p><i>Grupo 5 (G5)</i> <i>[Discussão sobre o cartão de crédito].</i> <i>D1: Se realmente tivessem feito de propósito para ter a razão áurea, não ia ser esse valor.</i> <i>P: Isso. Exatamente!</i> <i>D1: Provavelmente é só uma coincidência.</i></p>	<p><i>Reflexões sobre a existência de mitos</i></p>

Quadro 3: Transcrição das gravações em áudio. Fonte: as autoras.

Essas falas, diferentemente das anteriores, ocorreram após a explicação das professoras sobre o fato de que, em alguns objetos, monumentos e obras de arte, não se pode comprovar a presença da Razão Áurea. Nelas, é possível perceber que as discussões e reflexões sobre mitos e verdades propiciaram que alguns dos alunos manifestassem novas atitudes em relação às informações sobre a presença da Razão Áurea, pois alguns alunos apresentam indícios de que compreenderam que as afirmações sobre essa presença são forçadas ou somente coincidência. Esta reflexão vai ao encontro do que Miguel e Miorim (2004, p. 62) inferem: “*Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas*”.

De maneira geral, ao analisar os registros nos quadros anteriores, verifica-se, nas falas dos alunos, que essa parte da implementação promoveu discussões, manifestações de pensamento crítico e mudanças de atitudes referentes à crença da presença da Razão Áurea na natureza. Essas ações foram possíveis graças à utilização de informações históricas para esclarecer alguns mitos sobre esta razão.

Assim, acredita-se que esse momento da implementação promoveu reflexões importantes para o professor em formação, pois exemplificou que, por meio da postura investigativa, pautando-se em informações históricas críticas, é possível esclarecer e entender a existência de determinados mitos relacionados a conteúdos matemáticos, nesse caso, em específico, à Razão Áurea. Salienta-se que, conforme Mendes e Chaquiam (2016, p. 19), ao utilizar a história da matemática como estratégia de ensino, não se tem como objetivo apenas a aprendizagem, mas também “o estabelecimento de princípios formativos relacionados à pesquisa, a autonomia de estudos e espírito científico”, princípios estes que devem ser valorizados em um ambiente de formação de professores.

Corroborar-se a relevância dessa implementação destacando que um dos alunos (D1), o qual já havia desenvolvido um trabalho no curso, relacionado ao conteúdo Razão Áurea, teria utilizado informações equivocadas sobre aspectos desta razão, conforme é possível verificar nas falas apresentadas a seguir:

D1: Sim. O Partenon sim. É um exemplo famoso desse. A gente trouxe isso na nossa aula lá de número de ouro. Os gregos eram viciados no número de ouro.

D1: Partenon, Homem Vitruviano. Eu já lembro de cabeça do Partenon e do Homem Vitruviano que é aquele homem do Da Vinci, assim. Ele é todo desenhado com as proporções áureas. Vocês lembram daquela atividade de medir as partes do corpo que a gente fez?

Quadro 4: Transcrição das gravações em áudio. Fonte: as autoras.

Ressalta-se que esse aluno estava bastante convencido de que as informações que conhecia eram verdadeiras. Ao ter acesso às discussões segundo as quais algumas das informações em que acreditava eram mitos, ele ficou bastante surpreso, mas, ao final da aula, elogiou muito a implementação, direcionando para o entendimento de que a proposta havia contribuído para a sua formação. Isso é evidenciado na fala a seguir dos integrantes do Grupo 5 (G5), feita no último dia da implementação:

D1: Olha só! Surpreso com essa aula delas. Não esperava que alguém ia conseguir me deixar interessado em plena véspera de feriado perto das 23:00h.

D2: Sim!

D1: E aqui estamos.

Quadro 5: Transcrição das gravações em áudio. Fonte: as autoras.

Ao refletir sobre essa fala, pode-se inferir que, por meio dessa implementação, foi possível desmistificar para alguns dos alunos informações sobre a presença da Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros. Isso foi possível em decorrência da postura investigativa das professoras, que se debruçaram em buscar materiais que fundamentassem as ideias apresentadas sobre essa razão e dos bons materiais encontrados, além dos questionamentos críticos provocados durante a implementação. Isso evidencia a importância de o professor praticar ações relacionadas à pesquisa no preparo de suas aulas, pois essa postura viabiliza o desenvolvimento de autonomia nos estudos (MENDES; CHAQUIAM, 2004; BRASIL, 2000).

Ressalta-se, nesse sentido, que a utilização de informações históricas é uma grande aliada do docente, pois possibilita explicar, por exemplo, o contexto do surgimento de alguns conteúdos matemáticos, os porquês de algumas informações, e utilizá-las contribui com a formação do professor no sentido de que este tem a oportunidade de conhecer de modo mais aprofundado não só o conteúdo, mas também os aspectos culturais e sociais envolvidos em seu surgimento e desenvolvimento.

Considerações

Neste trabalho, o objetivo foi identificar como informações históricas podem contribuir para a formação docente no que se refere ao conteúdo Razão Áurea. Com base em todo o exposto neste texto, sobre o papel da pesquisa para o professor, as contribuições da utilização da história da matemática e os mitos e verdades quanto à presença da Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros, foi possível verificar que a busca por conhecimentos sobre a história da matemática, bem como a utilização destes no

processo de ensino e aprendizagem de alguns aspectos do conteúdo Razão Áurea, propiciaram manifestações de pensamentos e atitudes críticas, visto que as professoras pesquisadoras e os alunos em formação inicial tiveram a oportunidade de desconstruir determinadas crenças difundidas nas referências da história.

Com relação aos argumentos questionadores quanto à utilização da história da matemática, a experiência do planejamento da implementação revelou que é possível identificar alguns deles, por exemplo: ausência de literatura adequada, informações superficiais e divergência das informações entre fontes. No entanto, a postura investigativa e o desenvolvimento da autonomia nos estudos propiciaram que essas dificuldades fossem superadas pelas professoras pesquisadoras, de modo que as docentes utilizassem questionamentos que elas mesmas se fizeram durante o processo de construção da implementação para conduzir as atividades propostas.

No que diz respeito especificamente aos alunos em formação inicial, foi possível verificar que a atitude desenvolvida pelas professoras pesquisadoras propiciou que eles próprios também se questionassem com relação às informações disponibilizadas sobre a presença da Razão Áurea na natureza, tendo em vista que, *a priori*, utilizavam-se de arguições de senso comum. Essa ideia é corroborada tendo em vista os registros apresentados na seção dos resultados e discussões, que diz respeito ao momento em que os alunos estavam realizando a atividade solicitada, a qual desencadeou os desdobramentos acerca dos mitos e verdades sobre a presença da Razão Áurea em determinadas figuras. Nesse sentido, observam-se algumas potencialidades com relação à utilização da história da matemática, a saber: fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática; fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas.

Ressalta-se que, para além de estudos específicos relacionados ao conteúdo Razão Áurea, tanto as professoras pesquisadoras quanto os alunos em formação inicial se apropriaram de conhecimentos relacionados a aspectos históricos, sociais e culturais do desenvolvimento desta razão, de modo que tiveram a oportunidade de refletir sobre a importância da civilização grega, a influência de períodos históricos, por exemplo, o Renascimento, para a divulgação do termo, enfim, o progresso da Razão Áurea no seu contexto histórico. Tais conhecimentos contribuíram para desmistificar algumas informações deliberadamente divulgadas sobre a Razão Áurea, pois, segundo autores citados e, conforme percepções dos alunos, foi possível verificar que se trata mais de um forçar para encontrar a Razão Áurea em obras de arte, construções históricas, dentre outros, do que comprovar cientificamente a associação dela com construções e objetos históricos.

Por fim, acredita-se que o presente trabalho tem potencial para contribuir com professores em formação no âmbito da história da matemática, e isso está em consonância com o campo de investigação História na Educação Matemática, no qual situa-se este estudo. Além disso, acredita-se, também, que as potencialidades pedagógicas desta área, relacionadas, em específico, ao conteúdo Razão Áurea, podem propiciar maiores desdobramentos e possíveis futuras pesquisas, que corroborarão cada vez mais investigações sobre o tema.

Referências

- BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 3ª edição. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Proposta de Diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica, em cursos de nível superior**. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/basica.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2019.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. **Parecer CNE/CES nº 1.302/2001**, Brasília, 06 nov. 2001b. In: Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, 05 mar. 2002, seção 1, p. 15. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2019.
- BROWNLEE, J. **The Golden Ratio: Design's Biggest Myth**. 2015. Disponível em: <https://www.fastcompany.com/3044877/the-golden-ratio-designs-biggest-myth>. Acesso em: 25 ago., 2019.
- D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: uma reflexão sobre o estado da arte. **Revista Proposições**, Campinas (SP), v. 4, n.1, mar.1993.
- D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª edição. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª edição. Campinas, SP: Autores Associados. 2012.
- GARCIA, V. C. V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? **Educação**, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 176-184, maio/ago. 2009.
- LAURO, M. M. A razão áurea e os padrões harmônicos na natureza, artes e arquitetura. **Exacta**. São Paulo, v. 3, p. 35-48, 2005.
- LIVIO, M. **Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Tradução de Marco Shinobu Matsumura. Rio de Janeiro: Record. 2006.
- MACHADO, S. R. A; TRIVIZOLI, L. M. História da matemática prescrita em documentos curriculares para o ensino fundamental. **Temporis[ação]**, Goiás, v. 18, n. 2, p. 159-178, jul./dez. 2018. Disponível em: <https://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/article/view/7954>. Acesso em: 25 ago. 2019.
- MENDES I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

MIGUEL A.; MIORIM M. A. **História na Educação Matemática: Propostas e Desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

RHEA, V. C. **O uso da história da matemática nas produções do programa de desenvolvimento educacional (PDE) do Paraná**. 2018. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá.

TRIVIZOLI, L. M. Um panorama para a investigação em história da matemática: surgimento, institucionalização, pesquisas e métodos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão (PR), v.5, n.8, p.189-212, jan./jun. 2016.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. Integrating history of mathematics in the classroom: na analytic survey. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (Ed.). **History in Mathematics Education: The ICMI Study**. Netherlands: Springer, 2000. p. 201-240.

VALENTE, W.; MENDES, C. A pesquisa sobre os saberes profissionais do professor que ensina matemática. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e em Matemática**. Especial Saberes profissionais do professor que ensina matemática. Belém (PA), v. 14, n. 31, p. 01-02, mar./out. 2018.