

Sistema de equações do 1º grau: uma análise das praxeologias do professor de matemática em conformidade com o livro didático

System of equations of the 1st degree: an analysis of the praxeologies of the math teacher in accordance with the textbook

Robson Dias Pimentel¹

Fernando Emilio Leite de Almeida²

Resumo

Este artigo apresenta os principais resultados de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo foi analisar as conformidades entre as praxeologias encontradas sobre o conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas presente no livro didático das praxeologias utilizadas pelo professor em sala de aula. A realização deste estudo apoia-se na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard e colaboradores. A pesquisa foi realizada em duas etapas, a primeira destaca-se na análise do livro didático sobre o conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, na segunda, foram observadas 11 aulas de um professor de matemática do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública. Os resultados apontaram que, mesmo o professor tendo atuado como um agente regulador das conformidades, as praxeologias identificadas na ação didática apresentaram tanto momentos de conformidades quanto de desconformidades em relação ao livro didático.

Palavras chave: Álgebra; Livro didático; Praxeologia.

Abstract

This article presents the main results of a master's research project whose objective was to analyze the conformity between the praxeologies found in the textbook on the content of systems of equations of the 1st degree with two unknowns and the praxeologies used by the teacher in the classroom. This study is based on the Anthropological Theory of the Didactic, developed by Yves Chevallard and collaborators. The research was carried out in two stages, the first focusing on the analysis of the textbook on the content of systems of equations of the 1st degree with two unknowns, and the second observing 11 classes of an 8th grade math teacher from a public school. The results showed that, even though the teacher acted as a regulator of conformity, the praxeologies identified in the didactic action presented both moments of conformity and non-conformity in relation to the textbook.

Keywords: Algebra; Textbook; Praxeology.

¹ Universidade Federal de Pernambuco | robsondiaspimentel@outlook.com

² Universidade Federal de Pernambuco | fernandoemilioleite@yahoo.com.br

Introdução

A Matemática desempenha um importante papel na sociedade, por ser algo tão essencial em muitas tarefas do cotidiano, é usada de forma significativa em vários contextos, tais como: calcular valores que serão gastos em uma cesta básica, dimensionamentos e formas para a construção de casas, o troco a receber de uma determinada compra, também pode ser utilizada em grandezas físicas (distância, temperatura, velocidade, tempo, etc.).

No ambiente escolar, a matemática é introduzida já com as crianças a partir dos anos iniciais através da aritmética, em que é trabalhada os conceitos básicos das quatro operações fundamentais, multiplicação, divisão, adição e subtração. Para Brizuela (2006, p.17), “as crianças, nos mais diversos contextos socioeconômicos e culturais, estão imersas em um mundo de notações matemáticas desde o momento em que chegam ao mundo”.

Ao tratar sobre questões entre sociedade e escola, Bosch e Gascón (2007, p.387), entendem que para “certo conhecimento ser ensinado na escola, é necessário um trabalho transpositivo que faça possibilitar algo que não foi criado para escola sofra as mudanças necessárias para poder ser reconstruído dentro da escola”.

A Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1991) se encaixa perfeitamente nesta ideia, pois, considera que os saberes ensinados na escola podem ter sido gerados fora dela e transposto para sala de aula. Nesse sentido, esse teórico considera que a presença dos saberes matemáticos na escola é consequência de sua presença na sociedade e, portanto, os saberes que surgem na escola, através das disciplinas escolares, deveriam estar subordinados às necessidades da vida em sociedade (Chevallard, 1991).

Considera também, que todo saber não existe “no vácuo”, isto é, “todo saber é o saber de uma instituição”. O conceito de instituição “é definido como um dispositivo social total, que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite – e impõe – a seus sujeitos maneiras próprias de fazer e de pensar” (ARAÚJO, 2009, p.34). Para Bittar (2017), o livro didático pode ser considerado uma instituição de referência para professor, isto é, instituição no ponto de vista da Teoria Antropológica do Didático.

De certa forma, os saberes apresentados no livro didático podem auxiliar o professor na prática em sala de aula. Sendo assim, observamos que o livro didático é uma das principais ferramentas de grande parte dos professores, por isto, se torna indispensável entender se as práticas apresentadas pelo professor estão em conformidade ou não com o livro didático.

Estas práticas podem ser analisadas sob o ponto de vista das praxeologias matemáticas e didáticas presentes na teoria proposta por Chevallard (1991). Assim, entendemos que a TAD permitirá uma análise dos elementos que podem caracterizar as conformidades, ou seja, para estar em conformidade é preciso que as praxeologias apresentadas pelo professor estejam de acordo (conforme) com as mostradas no livro didático.

Portanto, o presente estudo propõe analisar as conformidades entre as praxeologias encontradas sobre o conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas presente no livro didático das praxeologias utilizadas pelo professor em sala de aula. Para ser possível essa análise, iremos identificar as praxeologias presentes no livro didático, bem como analisar as praxeologias que emergem da sua ação didática durante as aulas, para, por fim, analisar as conformidades das praxeologias encontradas no livro didático com aquelas que emergiram da ação didática do professor de matemática sobre o conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

No próximo tópico exploraremos de forma sucinta a Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard. Em seguida, abordaremos um pouco da história do livro didático

no Brasil. Após tratarmos do referencial teórico, apontaremos os aspectos metodológicos, no qual, culminaram para o alcance dos objetivos propostos no trabalho de dissertação. E por fim, apresentaremos a análise proveniente dos dados obtido na pesquisa.

Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) foi desenvolvida por Chevallard e colaboradores por volta dos anos 80, tendo como conceitos primitivos objetos, pessoas, instituições, relação (pessoal) de um indivíduo com o objeto e relação (institucional) de uma instituição com o objeto. Dentre os conceitos apresentados, o objeto (O) é considerado pelo autor como a base de toda a sua construção teórica. Neste sentido, Chevallard (2003, p.81) também destaca que um “objeto é toda entidade ou não, que existe para ao menos um indivíduo”. Com base neste mesmo pensamento, o autor propõe que “todas as coisas são objetos, as pessoas X e as instituições I também são objetos, assim como outras entidades que irei introduzir, são objetos de um tipo particular” (CHEVALLARD, 1996, p. 127).

Outros conceitos primitivos bastante relevantes para a teoria é a “relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O” e a “relação institucional com o objeto. Assim, o primeiro conceito está relacionado a todas as interações que o indivíduo X pode ter com o objeto O $R(X,O)$, e o segundo a todas as interações existentes entre instituição e objeto $RI(O)$, estas interações expressam o que seria a relação de conhecimento na TAD. Para explicar este fenômeno, a TAD apresenta a noção de praxeologias que está relacionada a didática.

Para Chevallard (1999), as praxeologias são classificadas em matemáticas e didáticas. As praxeologias matemáticas são constituídas pelos tipos de tarefas (T) cumpridas com as formas de ser executadas, no qual é denominada como técnica ($\square$), e que para isto, é explicada por elementos tecnológicos (θ), e assim, justificada pela teoria (Θ). Neste sentido, a praxeologia ($T, \square, \theta, \Theta$) é composta por estes quatro elementos que formam os blocos prático-técnico ($T, \square$), que é o saber fazer, e o tecnológico-teórico (θ, Θ), que é referente ao saber. As praxeologias didáticas se destacam em seis momentos de estudo, primeiro encontro com o tipo de tarefa, exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica, constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica, trabalho da técnica, institucionalização e avaliação.

Sendo assim, a TAD nos permitirá uma análise sobre o objeto do saber de uma determinada instituição e do nível de conformidade existente entre as relações pessoais e institucionais. Para tanto, a determinação do nível de conformidade existente no interior de cada instituição entre as relações institucionais e as relações pessoais têm forte vínculo com as praxeologias. A noção de conformidade está relacionada ao ato de concordância, de se pôr de acordo, ou seja, “duas instituições noosféricas estão em conformidade quando elas compartilham do mesmo ponto de vista sobre o ensino e aprendizagem de um objeto em um ambiente escolar” (KASPARY, 2019, p.229). Em contrapartida, a não conformidade poderá ocorrer quando há divergências na concepção da forma de ensino e aprendizagem de um objeto.

Podemos pensar que a instituição sala de aula – a qual chamaremos, a partir deste momento, de I1 – tem em seus sujeitos X1 – os alunos –, objetos O1 – saberes em jogo – e seus agentes que irão regular a conformidade, ou a não conformidade, com a instituição I1, de acordo com a intencionalidade estabelecida – são os professores, o contrato didático e o

institucional estabelecidos, as avaliações, entre outros, que aparecerão de acordo com o momento necessário. (Bessa de Menezes, 2010, p.75).

Neste caso, observamos que o professor torna-se um agente que pode assumir o papel de regulador da conformidade ou não conformidade, assim, se a instituição I for o livro didático, a relação $R(x, o)$ pode ser satisfeita a medida em que as praxeologias são representadas conforme a instituição, mostrando uma adequação do sujeito quando é instituída uma relação pessoal. Para Chevallard (2003), o processo de intenção em transformar ou alterar a relação $R(x, o)$ indica a ideia de sujeito adequado. Neste caso, o sujeito adequado irá existir em uma instituição I , quando se estabelece a relação pessoal $R(x, o)$.

Muito embora, haja a tentativa do sujeito em está adequado com a instituição, alguns fatores poderão contribuir para a não conformidade tornando-o em um sujeito desadequado, quer dizer que a utilização de outros mecanismos que não fazem parte da instituição em destaque podem apresentar praxeologias distintas, pois ao entrar em concordância com a instituição, o sujeito x se submete aos contratos didáticos estabelecidos. Entretanto, é a noção de praxeologias matemática que se apresenta como uma ferramenta capaz de modelizar com mais detalhes as práticas matemáticas.

A noção de conformidade está relacionada ao ato de concordância, de se pôr de acordo, ou seja, "duas instituições noosféricas estão em conformidade quando elas compartilham do mesmo ponto de vista sobre o ensino e aprendizagem de um objeto em um ambiente escolar" (KASPARY, 2019, p.229). Em contrapartida, a não conformidade poderá ocorrer quando há divergências na concepção da forma de ensino e aprendizagem de um objeto.

Desta forma, podemos citar como exemplo de não conformidade, um grupo de professores com um discurso sobre o ensino de "equações do 2º grau" longe daqueles mostrados nos livros didáticos e por pesquisadores da educação matemática, ou seja, os tipos de praxeologias apresentadas não condizem com as indicadas pelas instituições I .

Diante disto, Chevallard (1998) destaca que um tipo de técnica específica não é universal para todas as instituições. Assim, pensando na sala de aula como uma instituição I que tem os alunos como sujeito x , alguns agentes irão servir como regulador da conformidade ou não conformidade com as instituições.

Neste sentido, Bessa de Menezes (2010) destaca o professor como um agente que pode assumir o papel de regulador da conformidade ou não conformidade, assim, se a instituição I for o livro didático, a relação $R(x, o)$ pode ser satisfeita a medida em que as praxeologias são representadas conforme a instituição, mostrando uma adequação do sujeito quando é instituída uma relação pessoal.

Para Chevallard (2003), o processo de intenção em transformar ou alterar a relação $R(x, o)$ indica a ideia de sujeito adequado. Neste caso, o sujeito adequado irá existir em uma instituição I , quando se estabelece a relação pessoal $R(x, o)$. Logo, existirá uma conformidade na relação institucional $R(I, o)$, ou seja, as expectativas da instituição estão sendo realizada pelo sujeito x , isto é, conforme almeja a instituição.

Desta forma, o sujeito x ainda pode utilizar alguns meios como regulador do processo de conformidade. De acordo com Chevallard (1999), a avaliação institucional pode ser designada como um mecanismo que vai através de alguns agentes, determinar a conformidade ou não conformidade de $R(x, o)$ com $R(I, o)$. Assim, a avaliação como um dos agentes controladores da conformidade ou não conformidade em I , pode fazer com que o sujeito X busque moldar o interesse no objeto O , o que pode ocorrer um desejo apenas com

a conformidade, isto é, no intuito de está adequado, realiza o conjunto de sequências esperadas pela instituição.

Embora haja a tentativa do sujeito em está adequado com a instituição, alguns fatores poderão contribuir para a não conformidade tornando-o em um sujeito desadequado, quero dizer que a utilização de outros mecanismos que não fazem parte da instituição em destaque podem apresentar praxeologias distintas, pois ao entrar em concordância com a instituição, o sujeito x se submete aos contratos didáticos estabelecidos.

Quanto a definição de sujeito adequado e desadequado, Chevallard (1996, p.131) destaca que,

uma pessoa X revela-se um sujeito adequado de I , relativamente ao objeto institucional O , quando a sua relação pessoal $R(X, O)$ é considerada conforme a relação institucional $RI(O)$. Poderá igualmente revelar-se sujeito desadequado, incapaz de entrar no contrato institucional CI , e talvez acabe por ser expulso de I . É aqui que engrena um desenvolvimento relativo à avaliação institucional, isto é, relativo aos mecanismos segundo os quais I é levada a pronunciar, através de alguns dos seus agentes, um veredito de conformidade (ou não conformidade) de $R(X, O)$ com $RI(O)$ (CHEVALLARD, 1996, p.131).

Neste sentido, Almeida (2016, p.93) entende que, “em toda instituição, existem os mecanismos próprios que definem, e estes são considerados como regras que dão vida às instituições”. Assim, podemos citar o contrato didático como um dos mecanismos que pode afetar o sistema didático e a relação didática – é na relação didática onde encontram-se o professor e os alunos que se sujeitam a um contrato institucional.

Para que o contrato didático exista, são necessários alguns fatores transpositivos. De acordo com Bosch e Gascón (2007b), grande parte das pesquisas que tratam de fenômenos do ensino da matemática, trazem ao menos um componente transpositivo essencial. Logo, o contrato didático, apresenta uma relação entre professor – aluno – saber, identificadas nas negociações, e a transposição didática, resultante da necessidade de criação de um modelo que apresente com mais clareza as atividades matemáticas e didáticas, irão caminhar juntos numa instituição didática (ALMEIDA, 2016).

Entretanto, é a noção de praxeologias matemática, presente na Teoria Antropológica do Didático, que Chevallard (1999) apresenta como uma ferramenta capaz de modelizar com mais detalhes as práticas matemáticas. O pesquisador acrescenta ainda que, os pressupostos subjacentes da TAD, ao contrário de uma visão de mundo particular, reconhecem que todas as atividades humanas podem ser descritas como um único modelo, resumido pelo termo praxeologia.

O livro didático no Brasil

Em 1937, foi criado com incentivo do ministro Gustavo Capanema o Instituto Nacional do Livro Didático (INL), esta instituição era responsável em formular políticas sobre o livro didático. Este órgão foi responsável por dar legitimidade ao LD, sendo precursor no aumento de sua produção (DE BAIRRO, 2009).

Apesar da criação do INL, só um ano depois, mais especificamente no dia 30 de dezembro de 1938, iniciou-se no Brasil, a discussão sobre o livro didático (LD) por meio do decreto de lei nº 1.006. No artigo 3º deste decreto, instituiu-se que, só poderiam ser adotados

no ensino das escolas pré-primárias, primárias, normais, profissionais e secundárias, os livros que tivessem autorização prévia, concedida pelo Ministério da Educação. Por sua vez, esta medida só começou a valer a partir de 1º de janeiro de 1940.

Por volta do ano 1971, o Instituto Nacional do Livro (INL) passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Cinco anos mais tarde, ocorreu a extinção do INL, e o órgão que ficou responsável pela execução do programa foi a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), que teve a contribuição dos Estados com recursos do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), onde este fazia as aquisições dos livros.

No ano de 1985, através do Decreto-Lei nº 91.542, foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Este decreto estabeleceu algumas mudanças no PLIDEF como, a indicação do livro pelos professores, reutilização do livro didático, entre outros. Segundo Rojo e Batista (2003), o PNLD foi responsável por definir as diretrizes que orientam as relações do Estado com o livro didático.

Já no ano de 1996, o MEC estabeleceu critérios para avaliar o LD, mostrando uma preocupação maior pela qualidade. A partir de então, os livros inscritos no PNLD foram submetidos a uma análise e avaliação pedagógica (Soares, 2002). Deste modo, os livros que não se enquadravam nos critérios estabelecidos eram excluídos. Estes critérios foram responsáveis pela qualidade dos livros que iam para a escola.

Segundo Miranda e Luca (2004, p.127) daquele momento em diante, “estipulou-se que a aquisição de obras didáticas com verbas públicas para distribuição em território nacional estaria sujeita à inscrição e avaliação prévias, segundo regras estipuladas em edital próprio”.

Atualmente, o governo federal conta com mais dois programas a respeito do livro didático além do PNLD, o primeiro foi criado em 2004, PNLEM – Programa nacional do Livro Didático para o Ensino Médio, o segundo em 2007, PNLA – Programa Nacional do Livro didático para Alfabetização de Jovens e Adultos. Ainda criado em 2007, temos o Programa Nacional do Livro Didático em Braille, destinado a alunos portadores de necessidades especiais.

Aspectos metodológicos da pesquisa

A pesquisa foi realizada com um professor de matemática do 8º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal da cidade de Cumaru, que fica localizada na região agreste de Pernambuco a 91 km da capital (Recife). O processo de escolha do professor de matemática se deu de forma aleatória tendo como pressuposto a aceitação e a disponibilidade para realização da pesquisa. Para tanto, buscamos informações sobre o quantitativo de professores de matemática da rede, e constatamos que apenas um ministrava suas aulas nos 8º anos (a, b e c) do ensino fundamental – anos finais.

A pesquisa foi realizada em duas etapas, a primeira consistiu em uma análise do livro didático tendo como base no modelo proposto por Marilena Bittar (2017), e a segunda, foi por meio de observações de aulas ministradas pelo professor participante da pesquisa sobre o conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Para a análise do livro didático, utilizamos o modelo proposto por Bittar (2017). Este modelo destaca a ocorrência de cinco fases do processo de análise do livro didático, que são: A escolha do material a ser analisado; A separação entre curso e atividades propostas; A

elaboração/identificação do quarteto praxeológico matemático; A elaboração/identificação do quarteto praxeológico didático e a análise das organizações modeladas.

Na primeira fase, realizamos a escolha do material a ser analisado de acordo com o objetivo da pesquisa, este processo foi alinhado com o que pretendíamos investigar. Fizemos assim a escolha baseada nos materiais (livro didático) que o professor utilizava como apoio nas suas aulas. Constatamos assim que o livro didático pertence a coleção “Matemática Essencial” de Pataro e Balestri (2018).

A segunda fase, dividimos em duas partes, a primeira denominada curso, e a segunda atividades propostas. Na primeira parte, observamos a explanação de definições, propriedades, resultados e exercícios resolvidos. Na segunda parte buscamos analisar cada atividade identificando os tipos de tarefas correspondentes.

Na terceira fase, elaboração/identificação do quarteto praxeológico matemático, nela realizamos uma leitura bem minuciosa do conteúdo abordado na parte curso, atentando a cada detalhe onde trazia as justificativas para as técnicas apresentadas. Neste caso, foi elaborado um esquema (uma espécie de análise *apriori*) mostrando as praxeologias de maneira organizadas.

A quarta fase que diz respeito a elaboração/identificação do quarteto praxeológico didático, ocorreu por meio da identificação das praxeologias didáticas propostos por Chevallard (1991), no qual, é composto por seis momentos de estudo que são: Primeiro encontro com o tipo de tarefa; Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação.

Por fim, realizamos a última fase proposta no modelo de Bittar (2017), análise das organizações modeladas, procuramos interpretar as informações obtidas, ou seja, organizamos todos os dados, realizando uma análise do que foi apresentado nas fases anteriores.

A análise das praxeologias apresentadas pelo professor, ocorreram durante 11 aulas distribuídas em 7 encontros. O processo de coleta de dados, foi realizado por meio de gravações de vídeos, gravações de áudios e registro em fotos do quadro. Após a coleta dos dados, realizamos a transcrição dos áudios presentes nas gravações dos áudios e vídeos das aulas sobre o conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Deste modo, a partir das gravações, iniciamos o processo de análise onde foi observado todo o material disponível, buscando identificar as praxeologias abordadas.

Resultados e discussão

Análise das praxeologias do livro didático

A análise do livro didático, foi realizada com base no modelo de análise do livro didático proposto por Bittar (2017), neste caso, iniciamos a análise apresentando a parte “escolha do material (livro) a ser analisado”. Assim, mostramos um pouco sobre como os autores elaboraram o livro didático usado em nossa pesquisa. Observamos que o manual do professor foi estruturado em duas partes principais, uma contendo orientações didáticas e metodológicas da coleção pelas contribuições da BNCC, e a outra, a reprodução das páginas do livro do aluno espelhada de maneira reduzida em uma das partes laterais.

A segunda parte da análise, “separação da parte curso das atividades propostas”, teve como objetivo separar a parte de exploração do conteúdo das atividades propostas. Verificamos na parte curso alguns exemplos resolvidos, entre os quais, dois apresentaram uma situação para contextualizar o problema e dá início a um método. Já na parte das atividades propostas, constatamos um total de 22 questões, em que na grande maioria apresentaram vários contextos envolvendo situações do dia a dia.

Figura 1 - Ilustração da configuração do manual do professor



Fonte: (PATARO E BALESTRI, 2018, p.13)

Na “identificação/elaboração do quarteto praxeológico matemático”, retomamos o que foi discutido na parte curso e atividades propostas, identificando os tipos de tarefas, técnicas e os elementos tecnológicos. Assim também, na “identificação/elaboração do quarteto praxeológico didático”, abordamos os momentos didáticos propostos por Chevallard (1991).

Na análise das organizações modeladas, organizamos todos os dados apresentados nas partes anteriores, com isto, identificamos que os tipos de tarefas abordados surgem em decorrência de um questionamento primário, como resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas? Para solucionar este questionamento, o livro didático trouxe quatro tipos de abordagem, o de tentativa e erro, análise gráfica, substituição e eliminação, nesta ordem.

Verificamos que o livro inicia o conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas inserindo de maneira simples os métodos, dando destaque a construção de técnicas para resolução dos exemplos. Assim, foram apresentadas cinco técnicas principais

desenvolvidas através dos métodos abordados. Além das técnicas principais, identificamos mais onze técnicas auxiliares que surgiram em decorrência da explanação dos exercícios resolvidos. Também foi possível identificar alguns elementos tecnológicos que teve como finalidade justificar as técnicas. No quadro 1, podemos verificar de maneira resumida como ficaram organizadas as praxeologias matemáticas identificadas na análise do livro didático.

Quadro 1 - Praxeologias Matemáticas do livro didático

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICAS PRINCIPAIS	TÉCNICAS AUXILIARES	ELEMENTOS TECNOLÓGICOS
Resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método de tentativa e erro. (T1)	Transformar o sistema de equações da linguagem natural para a algébrica. (τ1)	Atribuir valores as incógnitas de modo que satisfaçam as duas equações do sistema simultaneamente. (τ1,1)	Propriedade da equação da reta (θ1)
Representar graficamente o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas (T2)	Atribuir valores as incógnitas de cada equação separadamente satisfazendo cada sentença. (τ2)	Identificar os pares ordenados no plano cartesiano. (τ2,1) Esboçar o par de retas concorrentes no plano cartesiano. (τ2,2) Esboçar o par de retas paralelas no plano cartesiano. (τ2,3) Esboçar o par de retas coincidentes no plano cartesiano. (τ2,4)	Propriedade da posição relativa entre duas retas (θ2)
Resolver o sistema de equações pelo método da substituição. (T3)	Transformar o sistema de equações da linguagem natural para a algébrica, (τ1) Isolar uma das incógnitas do sistema de equações. (τ3)	Utilizar o princípio aditivo da igualdade. (τ3,1) Substituir a expressão encontrada, ao isolar a incógnita, na outra expressão. (τ3,2) Eliminar parênteses através da distributiva. (τ3,3) Utilizar o princípio multiplicativo da igualdade (τ3,4) Substituir o valor numérico encontrado da incógnita em uma das equações para determinar a solução do sistema. (τ3,5)	Propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos. (θ3)
Resolver o sistema de equações pelo método da eliminação. (T4)	Adicionar as equações membro a membro, quando apresentarem termos opostos. (τ4) Multiplicar uma ou as duas equações por número escolhido convenientemente quando as equações não apresentam termos opostos. (τ5)	Eliminar a incógnita através da soma das equações. (τ4,1) Reduzir as equações de duas incógnitas para uma equação de uma incógnita. (τ4,2) Utilizar o princípio aditivo da igualdade. (τ3,1) Utilizar o princípio multiplicativo da igualdade (τ3,4) Substituir o valor numérico encontrado da incógnita em uma das equações para determinar a solução do sistema. (τ3,5) Obter uma ou duas equações equivalentes. (τ5,1)	Propriedades operatórias de termos algébricos. (θ4)

Fonte: dados de pesquisa (2023)

Após destacarmos as praxeologias matemáticas, apresentamos as praxeologias didáticas identificadas através dos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). O momento do “Primeiro encontro com o tipo de tarefa”, surge sempre na apresentação de um “novo” método de resolução quando é iniciado um tipo de tarefa correspondente. Neste sentido, os

autores iniciam cada parte do conteúdo apresentando um problema, ao qual, vai sendo construído uma técnica para resolução dos exemplos.

O momento de “Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica”, ocorreram também durante a apresentação dos tipos de tarefas e na explanação das técnicas. Neste momento didático foi possível verificar que os autores tiveram a preocupação de trabalhar os métodos com as respectivas técnicas seguindo uma ordem considerada mais proveitosa para o processo de ensino-aprendizagem.

Com relação ao momento de “constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica”, observamos que está presente durante a explanação das técnicas, que é o caso das manipulações algébricas, e ao final de cada representação gráfica, na propriedade relativa a posição de duas retas. É importante destacar que este momento didático se relaciona diretamente com os dois primeiros momentos, pois a escolha das técnicas requer sempre uma justificativa.

O momento de “Trabalho com a técnica”, foi encontrado nas atividades propostas, nesta parte do conteúdo o aluno se depara com algumas tarefas com a finalidade de praticar os métodos com as técnicas estudadas. O momento de “Institucionalização”, foi apresentado durante todos os momentos didático. Com isto, observamos que o seu desenvolvimento ocorreu a medida em que foram apresentados novos elementos introduzindo as técnicas utilizadas, isto quer dizer que as técnicas auxiliares se “uniram” as técnicas principais dando validade a cada método estudado.

Por fim, destacamos o momento de “avaliação”, de acordo com Chevallard (1999), normalmente este momento está vinculado ao de institucionalização, visto que, a todo momento o manual do professor trouxe sugestões para se aplicar as técnicas abordadas, ou seja, ao ser trabalhado um “novo” método foi destacado a importância de resolver o tipo de tarefa proposto pelos métodos anteriores afim de avaliar como os alunos compreenderam aquela parte do conteúdo.

Análise das praxeologias identificadas na ação didática do professor

Ao analisarmos as praxeologias apresentadas durante a ação didática do professor, destacamos que estas culminaram na utilização de tarefas e técnicas que tiveram os objetivos de resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas, tanto em sua forma algébrica quanto gráfica, apresentando primeiramente os métodos de resoluções, substituição, eliminação e tentativa e erro, até a parte gráfica. Vejamos o quadro 2, onde organizamos as praxeologias matemáticas identificadas durante as aulas do professor.

Durante as aulas observadas, identificamos que o primeiro momento didático, primeiro encontro com o tipo de tarefa, ocorreu durante a apresentação de cada método de resolução abordado. Como já observado, os tipos de tarefas surgiram de um questionamento básico, como resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas? Assim, identificamos que dois tipos de tarefas, T1 e T3, são apresentadas a partir de um contexto. Os exemplos ilustrados mostram a importância de se estudar o conteúdo de sistemas de equações, pois as situações que envolvem este tema aparecem com bastante frequência no cotidiano.

O segundo momento didático, Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica, ocorreu durante o primeiro momento didático, quando são apresentados os tipos de tarefas, e no desenvolvimento dos métodos, isto é, na explanação das técnicas principais e auxiliares que foram utilizadas para resolver os exemplos abordados.

Quadro 2 - Praxeologias Matemáticas identificadas na ação didática do professor

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICA PRINCIPAL	TÉCNICAS AUXILIARES	ELEMENTOS TECNOLÓGICOS
Resolver o sistema de equações pelo método da substituição (T1)	Transformar o sistema de equações da linguagem natural para a algébrica. (τ1) Isolar uma das incógnitas do sistema de equações. (τ2)	Utilizar o princípio aditivo da igualdade (τ2,1) Substituir a expressão encontrada, ao isolar a incógnita, na outra equação. (τ2,2) Transpor termos utilizando a operação inversa no outro lado da igualdade (τ2,3) Substituir o valor numérico encontrado da incógnita na expressão obtida ao isolar a primeira incógnita (τ2,4) Eliminar parênteses através da propriedade distributiva (τ2,5)	Propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos. (θ1)
Resolver o sistema de equações pelo método da eliminação (T2)	Adicionar as equações membro a membro, quando apresentarem termos opostos. (τ3) Multiplicar uma ou as duas equações por números escolhidos convenientemente quando as equações não apresentam termos opostos. (τ4)	Eliminar a incógnita através da soma das equações (τ3,1) Reduzir as equações de duas incógnitas para uma equação de uma incógnita (τ3,2) Transpor termos utilizando a operação inversa no outro lado da igualdade (τ2,3) Substituir o valor numérico encontrado da incógnita na expressão obtida ao isolar a primeira incógnita (τ2,4) Obter uma ou duas equações equivalentes (τ4,1)	Propriedades operatórias de termos algébricos. (θ2)
Resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método de tentativa e erro. (T3)	Transformar o sistema de equações da linguagem natural para a algébrica, (τ1)	Atribuir valores as incógnitas de modo que satisfaçam as duas equações do sistema simultaneamente. (τ1,1)	Propriedades da equação da reta. (θ3)
Representar graficamente o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas (T4)	Atribuir valores as incógnitas de cada equação separadamente satisfazendo cada sentença. (τ5)	Identificar os pares ordenados no plano cartesiano. (τ5,1) Esboçar o par de retas concorrentes no plano cartesiano. (τ5,2) Esboçar o par de retas paralelas no plano cartesiano. (τ5,3) Esboçar o par de retas coincidentes no plano cartesiano. (τ5,4)	Propriedade da posição relativa entre duas retas (θ4)

Fonte: dados de pesquisa (2023)

O terceiro momento didático, constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo a técnica, ocorreu durante a explanação das técnicas trabalhadas, isto é o caso das tecnologias voltadas para as manipulações algébricas (θ1, θ2 e θ4). Já os elementos tecnológicos (θ3) referentes as representações gráficas, ocorreram ao final da abordagem das técnicas, ou seja, quando foram anunciadas pelo professor as propriedades da posição relativas das retas, explicando que o par de retas concorrentes determina que o sistema possui uma única

solução possível, e que por sua vez, o par de retas paralelas determina que o sistema não possui solução possível e o par de retas coincidentes determinam que o sistema possui infinitas soluções.

O quarto momento didático, trabalho da técnica, apareceu ao final da explicação de cada método. Para isto, o professor solicitou que os alunos resolvessem algumas atividades propostas do livro didático e trouxe algumas questões de outras fontes. Estas atividades tiveram como tipos de tarefas os mesmos abordados durante o estudo dos métodos de resoluções. Desta forma, observamos que parte das questões que se trabalhou as técnicas foram passadas como exercícios para casa, como foram os casos das questões 27, 28 e 29 do livro didático.

O quinto momento didático, Institucionalização, ocorreu durante todos os outros momentos, principalmente durante o quarto e o sexto momento didático, pois as técnicas estudadas foram colocadas a prova, isto é, verificadas através da aplicação delas nas situações propostas pelo professor. Este momento didático acompanhou todos os outros, a medida em que os tipos de tarefas e técnicas foram consolidando-se como métodos de resoluções do sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

O sexto momento didático, Avaliação, também ocorreu durante o quarto momento, pois a medida em que se trabalhou as técnicas estudadas por meio das atividades propostas, o professor avaliou os alunos quanto ao entendimento do conteúdo apresentado. O momento de avaliação também ocorreu logo após o estudo de cada método, pois como já observamos, foi proposto aos alunos exercícios de fontes complementares ao livro didático. Apesar do livro trazer sugestões como a resolução dos exemplos utilizando os outros métodos estudados, vimos que o professor não acatou as sugestões.

Análise das conformidades entre as praxeologias do livro didático e das aulas do professor

Neste sentido, com relação as Praxeologias Matemáticas, constatamos que o tipo de tarefa, "resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método de tentativa e erro", foi apresentada no livro didático como o primeiro tipo tarefa, em contrapartida, o professor trouxe este como o terceiro tipo de tarefa. Esta divergência, ocorre quando o professor decide optar em trazer primeiramente os métodos mais utilizados para resolver sistemas de equações (substituição e eliminação), já o livro didático, trouxe aquele em que os autores consideraram mais simples e adequado para o momento por apresentar elementos que leve ao aluno pensar intuitivamente. Entendemos que existe um descompasso entre a ação didática do professor e a sequência apresentada no livro didático, assim, o professor se encontra em conformidade com a utilização do tipo de tarefa, embora existe, sob o ponto de vista da temporalidade, uma desconformidade.

No que diz respeito a utilização do tipo de tarefa, "resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método de tentativa e erro", tanto no livro didático como na ação didática do professor verificamos como técnica principal, "transformar o sistema de equações da linguagem natural para a algébrica", além de utilizarem a técnica auxiliar, "atribuir valores as incógnitas de modo que satisfaçam as duas equações do sistema simultaneamente". Assim, verificamos que os elementos tecnológicos que justificaram as técnicas empregadas consistiram nas propriedades da equação da reta. Estas praxeologias apontam para uma conformidade.

Com relação ao tipo de tarefa, “representar graficamente o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas”, foi apresentado no livro didático como o segundo tipo de tarefa e nas aulas do professor como o terceiro tipo de tarefa. Como verificamos, tanto o livro didático quanto o professor, trouxeram como técnica principal para este tipo de tarefa, “atribuir valores as incógnitas de cada equação separadamente satisfazendo cada sentença”. Estes valores atribuídos as equações representaram pares ordenados do plano cartesiano, a isto, foi designado como técnica auxiliar, “identificar os pares ordenados no plano cartesiano”.

Ao observarmos a “propriedade da posição relativa entre duas retas”, elemento tecnológico abordado pelo livro didático e pelo professor, verificamos três posições possíveis para as retas. A primeira ocorre quando as retas são concorrentes, tendo como técnica auxiliar, “esboçar o par de retas concorrentes no plano cartesiano”, logo o ponto de intersecção das retas é a solução do sistema. A segunda, quando as retas são paralelas não apresentam solução possível ao sistema, a técnica auxiliar para esta situação trata-se em “esboçar o par de retas paralelas no plano cartesiano”. A terceira e última situação é quando as retas são coincidentes, e por este motivo, apresentam infinitas soluções, a técnica auxiliar destacada consiste em “esboçar o par de retas coincidentes no plano cartesiano”. Quanto a isto, queremos dizer, que existe uma conformidade com o trabalho do tipo de tarefa em questão. Por outro lado, apontamos uma desconformidade temporal na apresentação do tipo de tarefa.

Para o tipo de tarefa, “resolver o sistema de equações pelo método da substituição”, o professor trouxe o mesmo exemplo abordado no livro didático onde apresenta um contexto envolvendo uma corrida com atletas homens e mulheres. Quanto a isto, foi utilizado mais uma vez a transformação do sistema de equações da linguagem natural para a algébrica, porém foi apresentado mais uma técnica principal, no qual destacamos em “isolar uma das incógnitas do sistema de equações”. Com o isolamento da incógnita inicia-se o processo de manipulações algébricas. Assim, estas manipulações algébricas deram origem as técnicas auxiliares, que por sua vez, o livro didático e o professor abordam ao somar a equação em ambos os lados da igualdade a “utilização do princípio aditivo da igualdade”, além de fazer esta manipulação foi preciso “substituir a expressão encontrada ao isolar a incógnita, na outra equação”. Referente a este tipo de tarefa e suas praxeologias destacamos que houve uma conformidade, pois até este momento foi apresentado durante a resolução do exemplo os mesmos caminhos metodológicos.

Na sequência o livro didático utilizou a técnica auxiliar, “eliminar parênteses através da propriedade distributiva”, já o professor, “transpor termos utilizando a operação inversa no outro lado da igualdade”. Logo após, observamos no livro didático mais uma técnica auxiliar, “utilizar o princípio multiplicativo da igualdade”, porém o professor, “substituir o valor numérico encontrado da incógnita na expressão obtida ao isolar a primeira incógnita”. Por fim, o livro utilizou o seguinte passo, “substituir o valor numérico encontrado da incógnita em uma das equações para determinar a solução do sistema”, já o professor, “eliminar parênteses através da propriedade distributiva”. O elemento tecnológico observado no livro didático e na aula do professor para o tipo de tarefa em destaque foi a utilização das “propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos”. Nesta parte da resolução, apontamos que houve uma desconformidade em relação as técnicas destacadas, uma vez que, a sequência de resolução utilizada pelo professor foi diferente da apresentada no livro didático.

Com relação ao tipo de tarefa, “resolver o sistema de equações pelo método da eliminação”, tanto o professor quanto o livro didático abordaram as mesmas técnicas principais, isto é, “adicionar as equações membro a membro, quando apresentarem termos opostos” e “multiplicar uma ou as duas equações por números escolhidos convenientemente quando as equações não apresentam termos opostos”.

As técnicas principais em destaque, deram origem as seguintes técnicas auxiliares: “eliminar a incógnita através da soma das equações”; “reduzir as equações de duas incógnitas para uma equação de uma incógnita”; “utilizar o princípio aditivo da igualdade (livro didático)” e “transpor termos utilizando a operação inversa no outro lado da igualdade (professor)”; “substituir o valor numérico encontrado da incógnita na expressão obtida ao isolar a primeira incógnita”; “obter uma ou duas equações equivalentes”. Com relação ao tipo de tarefa aponta-se uma conformidade entre as praxeologias.

Assim também, verificamos uma diferença com relação as técnicas auxiliares, pois o livro didático trouxe o princípio aditivo durante as manipulações algébricas, já o professor optou por utilizar a transposição de termos, indicando uma desconformidade. Já com relação aos elementos tecnológicos, observamos que ao utilizar as manipulações algébricas (durante as técnicas auxiliares), tanto o livro quanto o professor usaram as “propriedades operatórias de termos algébricos”, indicando uma conformidade.

Em paralelo as praxeologias matemáticas, observamos também as praxeologias didáticas, divididas em seis momentos. Esta praxeologia destaca-se na forma de como ensinar o conteúdo. Assim, indicamos que os momentos didáticos não estão sujeitos a uma sequência, isto é, pode aparecer durante a execução de outros momentos didáticos e em ordem diferente da utilizada nesta pesquisa.

O momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa, ocorreu ao iniciar cada método apresentando os tipos de tarefas. Como mencionado anteriormente, o professor optou por um caminho metodológico diferente do adotado no livro didático para apresentar o primeiro método e conseqüentemente houve uma mudança na ordem dos tipos de tarefas analisados, indicando assim, uma desconformidade com relação a este momento didático.

O momento de exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica, ocorreu durante e após o primeiro encontro com o tipo de tarefa, isto é, o professor em sua ação didática sobre o conteúdo, apresentou os métodos de resoluções em convergência com o livro didático, adotando as mesmas metodologias empregadas para solucionar os problemas propostos, isto indica uma conformidade relacionada a este momento didático.

O momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo a técnica, foi observado no livro didático e na aula do professor durante todos os desdobramentos das técnicas que envolveram manipulações algébricas, já no caso das representações gráficas foram observadas as propriedades da posição relativa de duas retas. A respeito deste momento didático, indicamos uma conformidade.

O momento do trabalho da técnica, foi observado no livro didático em duas partes das atividades propostas, após a abordagem do método de tentativa e erro e das representações gráficas, e ao final da explanação dos métodos de substituição e eliminação. Em contrapartida, o professor expõe este momento ao trazer algumas atividades extras (de outras fontes) e algumas atividades do livro didático relacionados aos tipos de tarefas estudados. Acerca disto, apontamos uma desconformidade quanto a forma de se trabalhar as técnicas abordadas no livro didático e durante as aulas do professor.

O momento de institucionalização, ocorreu durante todo o processo de explanação do conteúdo e consolidou-se no momento de avaliação, tanto por parte do professor quanto do livro didático. Assim, este momento didático caracterizou-se pela consolidação dos métodos apresentados, validando as técnicas estudadas durante as resoluções dos tipos de tarefas. A respeito deste momento didático, apontamos uma conformidade quanto a forma de institucionalização das técnicas abordadas durante o estudo dos conteúdos.

O momento de Avaliação, no livro didático ocorre sempre durante a explanação do conteúdo, ou seja, os autores trazem como sugestão no manual do professor situações propostas com a finalidade de avaliar o que foi apresentado até aquele instante, em algumas situações, é proposto que seja utilizado métodos abordados anteriormente. Já durante a aula do professor, este momento é observado ao final de cada método estudado, onde foram propostos exercícios de fontes secundárias e algumas atividades propostas pelo próprio livro didático. Com relação a este último momento didático, destacamos uma desconformidade quanto aos métodos avaliativos mostrados no livro didático dos que foram utilizados pelo professor.

Neste sentido, verificamos ao analisar as praxeologias matemáticas e didáticas utilizadas no livro didático e na ação didática do professor que algumas técnicas auxiliares apresentaram diferenças, ou seja, uma desconformidade entre elas, isto ocorreu devido as escolhas metodologias do professor ao desenvolver e apresentar os métodos estudados.

Em contrapartida, destacamos que o professor também atuou como um agente regulador da conformidade satisfazendo a relação $R(x, o)$, isto é, as praxeologias abordadas foram representadas conforme a instituição, apresentando-se como um sujeito adequado a esta. Assim também, observamos que o professor a todo momento procurou está em conformidade com o livro didático, a medida em que foram utilizados os mesmos exemplos, apesar da divergência no percurso didático adotado por ambos, houve uma adequação e utilização das praxeologias em destaque, isto porque, para Chevallard (1999), o agente controlador das conformidades pode moldar o interesse no objeto O . Deste modo, observamos que grande parte das praxeologias analisadas apontaram uma conformidade, visto que, o professor utilizou o livro didático como referência ao trazer os mesmos exemplos abordados, isto é, compartilhou em vários momentos do mesmo ponto de vista dos autores.

Portanto, em nossa análise constatamos que houve tanto os momentos de conformidades quanto de desconformidades entre as praxeologias apresentadas pelo livro didático e pela ação didática do professor em sala de aula. Apesar de algumas praxeologias mostradas por ambos apresentarem divergências, destacamos que estas não foram suficientes para alterar de maneira significativa a estrutura e os caminhos metodológicos referentes as resoluções dos exemplos analisados, uma vez que, o professor trouxe na abordagem do conteúdo os mesmos exemplos utilizados no livro, o que favoreceu na utilização das mesmas praxeologias adotadas pelo livro didático.

Considerações finais

Para que pudéssemos alcançar os objetivos propostos, utilizamos como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1991, 1999) e colaboradores, uma vez que, nosso estudo se desenvolveu a partir da análise das praxeologias encontradas tanto no livro didático quanto na ação didática do professor de matemática em sala de aula sobre o conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Com relação as praxeologias matemáticas durante a análise do livro didático e das aulas do professor referentes ao conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas, identificamos quatro tipos de tarefas. Assim, estas praxeologias indicaram uma conformidade, entretanto, observamos uma desconformidade sob o ponto de vista da temporalidade, pois como verificamos o professor optou em iniciar o conteúdo mostrando primeiramente os métodos da substituição e da eliminação, enquanto o livro didático iniciou-se com o método de tentativa e erro e a representação gráfica do sistema.

Com base nas técnicas principais observadas, verificamos a ocorrência de conformidade, pois o professor utilizou as mesmas técnicas apresentadas no livro didático. Além disso, ao verificamos as técnicas auxiliares observamos que o professor em sua abordagem do método de tentativa e erro e na representação gráfica dos sistemas apresentou uma conformidade com as técnicas abordadas no livro didático, em contrapartida, foi verificado também uma desconformidade em algumas das técnicas auxiliares dos métodos de substituição e eliminação.

Assim também, ao analisarmos os elementos tecnológicos verificamos que houve conformidade, pois foram apresentadas quatro tecnologias que justificaram as técnicas estudadas. Deste modo, como foi apresentado na análise alguns elementos tecnológicos não foram mostrados de maneira explícita, isto é, foi necessário identificar as propriedades através das manipulações destacadas durante a aplicação das técnicas principais e auxiliares.

De forma análoga, apresentamos também as praxeologias didáticas que foram analisadas a partir dos seis momentos de estudos propostos por Chevallard (1999). Deste modo, identificamos uma conformidade com relação aos momentos do primeiro encontro com o tipo de tarefa, exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica, constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica e na institucionalização. Em contrapartida, identificamos uma desconformidade nos momentos de trabalho da técnica e da avaliação, pois foram nestes momentos didáticos que o professor dispôs de exercícios de outras fontes para complementação do conteúdo.

Nesta perspectiva, o conjunto de praxeologias matemáticas identificadas e analisadas no livro didático e durante as aulas do professor apontaram que o professor atuou como um agente regulador da conformidade, apesar de observarmos uma desconformidade em relação a algumas praxeologias, destacamos que estas não foram suficientes para mudar a estrutura e a forma como o livro didático apresentou a resolução dos exercícios resolvidos, já que as demais praxeologias analisadas mostram a tentativa do professor em estar adequado a instituição livro didático. Desta forma, mesmo o professor tendo optado por seguir uma sequência diferente dos métodos de resoluções mostrados no livro didático, não houve alteração quanto as praxeologias matemáticas e didáticas apresentadas.

Referências

- ALMEIDA, J. R. Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - UFRPE, Recife, 2016.
- ARAÚJO, A. J. O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. 2009. 290f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- BESSA DE MENEZES, M.. Praxeologia do Professor e do Aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.
- BITTAR, Marilena. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetike*, v. 25, n. 3, p. 364-387, 2017.
- BOSCH, M.; GASCÓN, J. 25 años de trasposición didáctica. In: *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* / L. Ruiz-Higueras... et.al.; Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007b.
- BRIZUELA, Bárbara M. Young children's notations for fractions. *Educational studies in Mathematics*, v. 62, p. 281-305, 2006.
- CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. In : *L'UNIVERSITE D'ETE*, 1998, p.91-118. Actes de l'Université d'été La Rochelle. Clermont-Ferrand, France: IREM, 1998.
- CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* / Cecilia Parra [et. al.]; Porto Alegre: Arte médicas, 1996.
- CHEVALLARD, Y. Didactique et formation des enseignants. *Journées d'études INRP-GÉDIAPS Vingt ans de recherche en didactique de l'Éducation Physique et Sportive à l'INRP (1983-2003)*, 2003.
- CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol 19, nº 2, 1999.
- CHEVALLARD, Y. La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires, Aique Grupo Editor S.A., 1991.
- .DE BAIRRO, Catiane Colaço. Livro didático: um olhar nas entrelinhas da sua história. 2009.
- KASPARY, Danielly. Noosfera e assujeitamento, duas noções da teoria antropológica do didático para problematizar o currículo e mudanças curriculares. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 8, n. 17, p. 229-247, 2019.

MIRANDA, Sonia Regina; LUCA, Tania Regina de. O livro didático de história hoje: um panorama a partir do PNLD. Revista Brasileira de História, v. 24, p. 123-144, 2004.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. Matemática essencial 8º ano. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018.

ROJO, Roxane; BATISTA, Augusto Gomes. Apresentação: cultura da escrita e livro escolar: propostas para o letramento das camadas populares no Brasil. Livro didático de língua portuguesa, letramento e cultura da escrita. Campinas: Mercado das Letras, 2003.

SOARES, Magda. Novas práticas de leitura e escrita: letramento na cibercultura. Educação & Sociedade, v. 23, p. 143-160, 2002.