

Contribuições dos materiais manipulativos virtuais para o ensino de matemática: uma revisão integrativa de literatura

Contributions of virtual manipulative materials to mathematics teaching: an integrative literature review

Michelsch João da Silva¹
Carla Denize Ott Felcher²
Vanderlei Folmer³

Resumo

A pesquisa apresenta como objetivo verificar as potencialidades da utilização de materiais manipulativos virtuais para ensinar matemática na Educação Básica. Com abordagem qualitativa, essa revisão integrativa apresenta uma análise de quatorze artigos escritos em língua inglesa, espanhola e portuguesa. A base de dados selecionada para a definição da amostra foi o portal de periódicos da CAPES. O estudo é norteado pela seguinte questão: quais as possíveis contribuições da utilização de materiais manipulativos virtuais para o processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica? Entre os potenciais levantados, destaca-se o desenvolvimento de habilidades e competências para viver no século XXI, criatividade, fortalecimento da motivação, criação de autonomia, autorreflexão e autocrítica e melhor entendimento do conteúdo. Sugere, ao final, que novas pesquisas sejam realizadas na área, sobretudo na perspectiva de formação de professores para qualificá-los a utilizar ferramentas tecnológicas em sala de aula.

Palavras chave: educação básica; matemática; tecnologias digitais.

Abstract

The research aims to verify the potential of using virtual manipulative materials to teach mathematics in Basic Education. With a qualitative approach, this integrative review presents an analysis of fourteen articles written in English, Spanish and Portuguese. The database selected to define the sample was the CAPES journal portal. The study is guided by the following question: what are the possible contributions of using virtual manipulative materials to the process of teaching and learning mathematics in Basic Education? Among the potentials raised, the development of skills and competencies for living in the 21st century, creativity, strengthening motivation, creating autonomy, self-reflection and self-criticism and better understanding of the content stand out. In the end, it suggests that new research be carried out in the area, especially from the perspective of teacher training to qualify them to use technological tools in the classroom.

Keywords: basic education; mathematics; digital technologies.

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina | michelsch.joao@ifscedu.br

² Universidade Federal de Pelotas | carlafelcher@gmail.com

³ Universidade Federal do Pampa | vandfolmer@gmail.com

Introdução

A matemática, no contexto escolar, é uma importante linguagem na construção da cidadania e no desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. Ela desenvolve habilidades cognitivas essenciais, prepara os alunos para a vida, contribui na tomada de decisões inteligentes e torna-se uma ferramenta essencial para entendimento do mundo. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) corrobora ao defender que essa unidade curricular

assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (BRASIL, 2017, p. 262).

O fato é que, mesmo reconhecendo a importância de se ensinar e aprender matemática, esse componente curricular apresenta, historicamente, baixo rendimento acadêmico. Indicadores como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), apontam que quase 70% dos estudantes terminam o Ensino Médio no Brasil sem ter conhecimentos mínimos em matemática, sendo estes fundamentais para o exercício da cidadania.

Sabe-se que inúmeros podem ser os fatores que justificam esse baixo aproveitamento na disciplina de matemática: falta de motivação, abordagem inadequada do ensino, lacunas no aprendizado, falta de recursos, entre outros. O importante, na verdade, é problematizar essas questões e pensar em alternativas para melhorar o aprendizado. Isso pode incluir desde a adoção de abordagens mais interativas e envolventes até a criação de um ambiente de aprendizado mais positivo e encorajador e que rompa com o formato tradicional de ensino.

Os métodos considerados tradicionais, contemplados pela centralização do conhecimento nos professores e que privilegiam a transmissão de informações, faziam sentido num contexto escolar em que havia maiores limitações no acesso a essas informações. Na sociedade atual, os estudantes acessam as mais diversas informações nos mais variados espaços e tempo. O ambiente escolar deve ser um espaço que privilegia a personalização, a sistematização e o compartilhamento de conhecimentos. É necessário colocar o aluno no centro do processo de ensino.

É preciso repensar metodologias para ensinar matemática. Diante de tantas mudanças presentes na sociedade do século XXI, sobretudo no contexto tecnológico, a escola precisa ser um espaço que permita que os estudantes aprendam de forma competente, construam seus projetos de vida na coletividade e, além de adquirir conhecimentos científicos, desenvolvam *soft skills*⁴ para viver num mundo globalizado, complexo e cada dia mais digital.

E é na busca pela integração do ensino de matemática, tecnologias digitais, competências socioemocionais e outros importantes fatores na formação dos estudantes que esse artigo se apresenta. Moran (2015) contribui com essa perspectiva ao afirmar que

⁴ Soft skills são habilidades comportamentais fundamentais na formação de um indivíduo e, nas palavras de Almeida e Moraes (2021, p.1): [...] estão associados a competências sociais, emocionais e comportamentais”.

em um mundo dinâmico, com múltiplas linguagens, telas, grupos e culturas é necessário encontrar tempo para aprofundar, refletir, reelaborar, produzir e fazer novas sínteses.

É necessário olhar para a matemática, apoiada no uso de tecnologias digitais, como uma linguagem que promove o desenvolvimento de habilidades e possibilita a criação de modelos para fundamentar e interpretar fenômenos, possibilitando a discussão e tomadas de decisões que favoreçam uma sociedade mais justa. Nesse cenário, a BNCC aponta que é necessário “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.” (BRASIL, 2017, p. 273).

Na procura por diferentes estratégias para ensinar matemática se apresenta a utilização de materiais manipulativos virtuais. Enxerga-se, nesses materiais manipuláveis, que a qualidade do ensinar e aprender em sala de aula podem produzir conhecimentos que permitam partilhar escolhas e responsabilidades sobre as múltiplas fontes de informação que o mundo hoje oferece (SILVA; SILVA, 2022).

Inicialmente, precisa-se entender o que são materiais manipulativos. Em se tratando do campo educacional, materiais manipulativos, Silveira, Powell e Grandó (no prelo)⁵, apud Silveira (2021, p. 1) “incluem quaisquer objetos físicos, pictóricos ou virtuais utilizados como recursos para o ensino de determinado conhecimento”. Os autores defendem que a expressão ‘materiais manipulativos’ engloba as demais nomenclaturas utilizadas para esse tipo de recurso, seja físico ou virtual.

Nesse contexto, os materiais manipulativos virtuais são entendidos a partir da definição construída por Moyer, Bolyard e Spikell (2002). Os pesquisadores definem um manipulativo virtual como uma representação visual interativa de um objeto dinâmico que apresenta oportunidades para a construção de conhecimento matemático. Os autores defendem ainda que a capacidade de manipular a representação visual no computador conecta o usuário com o real poder de ensino dos manipulativos virtuais, ou seja, a oportunidade de fazer sentido e ver as relações como resultados de suas próprias ações.

A utilização de Tecnologias Digitais (TDs) para ensinar matemática, sobretudo o uso dos manipulativos virtuais, prometem ser grandes propulsores para serem utilizados em sala de aula. Acredita-se que, entre outras vantagens, as ferramentas, quando pensadas planejadamente e de maneira intencional, permitem que sejam visualizados e destacados aspectos relevantes para o ensino de matemática que não são possíveis de serem realizados sem o seu uso.

Diniz e Pastório (2023) alertam que é preciso levar em consideração que a simples utilização de tecnologias digitais no contexto educacional não significa inovação. Inova-se à medida que se apropria das tecnologias presentes nos mundos virtuais, compreendendo sua natureza para criar novas metodologias, novas práticas e processos de mediação pedagógica, de acordo com as potencialidades que a tecnologia proporciona para o processo de ensino e aprendizagem.

A partir das problematizações apresentadas no decorrer desta escrita, esse artigo tem o objetivo de verificar a potencialidade da utilização de materiais manipulativos virtuais para ensinar matemática e, entendendo que a utilização das tecnologias digitais pode contribuir efetivamente para promover espaços de ensino mais eficazes, essa revisão integrativa

5 SILVEIRA, E.; POWELL, A. B.; GRANDÓ, R. C. Materiais manipulativos em educação matemática. In: SILVEIRA, E.; POWELL, A. B.; GRANDÓ, R. C. (Org.). *Glossário de Verbetes em Educação Matemática*. No prelo.

apresenta a seguinte questão para estudo: quais as possíveis contribuições da utilização de materiais manipulativos virtuais para o processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica?

A fim de responder essa pergunta, esse artigo se apresenta com problematizações e definições introdutórias, seguidas por uma fundamentação metodológica e dos procedimentos adotados para o desenvolvimento da pesquisa. Na sequência, são apresentadas uma avaliação e uma discussão do corpus da pesquisa e finaliza com a elaboração da revisão integrativa e com as considerações finais.

Metodologia da pesquisa

Este estudo está pautado numa pesquisa bibliográfica que busca discutir a revisão de literatura sobre a utilização de materiais manipulativos virtuais com olhar para a sua potencialidade no ensino de matemática a partir de uma abordagem qualitativa. Nessa abordagem, em que se estuda a compreensão de pesquisadores sobre esse importante fenômeno, os dados foram selecionados e analisados respeitando a forma original como foram transcritos.

A metodologia de pesquisa utilizada para essa pesquisa apoia-se na revisão integrativa de literatura, visto a busca por realizar uma análise crítica respaldada na revisão da amostra selecionada. Souza, Silva e Carvalho evidenciam as potencialidades desse tipo de revisão ao definir como “a mais ampla abordagem metodológica referente às revisões, permitindo a inclusão de estudos experimentais e não experimentais para uma compreensão completa do fenômeno analisado” (SOUZA, SILVA & CARVALHO, 2010, p.103).

Ainda para estes autores, questões como definições de conceito, revisão de teorias e evidências e análises de problemas metodológicos fazem parte dos estudos que compõem uma revisão integrativa. Nesse sentido, essa pesquisa se debruça sob uma combinação entre dados que emergem de literaturas teóricas e empíricas e buscam problematizar essas questões, dentro de um contexto que discute a utilização de materiais manipulativos virtuais no ensino de matemática, possibilitando que sejam revelados pontos convergentes entre os estudos selecionados e emergindo fragilidades presentes nesses estudos.

Compreendendo que a revisão integrativa de literatura busca apresentar um cenário atual de um objeto de estudo, esta pesquisa identifica, analisa e sintetiza resultados de pesquisas relacionadas com a utilização de materiais manipulativos virtuais na potencialização do ensino de matemática. Adota-se, para isso, as fases do processo de elaboração de revisão integrativa propostas por Souza, Silva e Carvalho, conforme esquema proposto na Figura 1.

A partir de leituras para o reconhecimento destas etapas presentes no referencial metodológico, cumpriu-se a primeira fase da revisão e identificou-se a definição do problema de pesquisa: quais as possíveis contribuições da utilização de materiais manipulativos virtuais para o processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica? E com foco em responder essa questão, iniciou-se a busca por artigos que dialoguem sobre o assunto e apontem para evidências que respondam esse questionamento.

Figura 1. Fases da revisão integrativa



Fonte: Os autores

Como percurso metodológico, a etapa seguinte se apresenta com a definição da amostra, por meio de busca em base de dados específicas e com a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão. Ainda dentro desse percurso, entra-se na terceira fase, em que a amostra selecionada será apresentada a partir de uma categorização. Os artigos foram classificados a partir de propostas e/ou estudos realizados com o primeiro ciclo do ensino fundamental, com o segundo ciclo do ensino fundamental e com o ensino médio.

As fases seguintes serão analisadas a partir das análises dos resultados desta pesquisa. A etapa quatro, na qual deve-se realizar uma avaliação dos estudos, estará centrada em definir o objetivo de cada estudo, a metodologia a partir dos sujeitos e/ou ferramentas e os resultados encontrados. A quinta fase está intrinsecamente relacionada com a anterior, em que será apresentada a discussão dos dados coletados, identificando pontos de convergências, lacunas presentes nos estudos e se há apontamentos para pesquisas futuras.

A última fase dessa revisão integrativa será realizada respaldada em todas as anteriores. Para atender essa etapa, será construída uma síntese dos estudos selecionados para análise, associando evidências encontradas nesta investigação e buscando, a partir destas evidências, responder a questão problema definida para este estudo e relacionar essa revisão com o objetivo central da realização dessa pesquisa. Acompanha, nesse cenário, indicações para novas pesquisas na área.

A base de dados selecionada para a definição da amostra deste estudo, foi o portal de periódico da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES). A escolha se deu pelo acesso livre e gratuito que a comunidade acadêmica das Instituições de Ensino Superior (IES) possuem. Ainda, as bases de dados vinculadas ao portal são selecionadas a partir de critérios de qualidade e especificidades que buscam atender as necessidades de cada área.

A referida base é uma das maiores bibliotecas virtuais do país e disponibiliza, em seu acervo, conteúdos produzidos nacional e internacionalmente, validados pela análise criteriosa de pesquisadores de todo o mundo. No momento, conta com 9 mil periódicos com textos completos e 455 bases de conteúdos diversos, entre elas, patentes, estatísticas, normalização para fins acadêmicos, material audiovisual, dissertações, teses, livros e outras obras de referência.

Ao entender a relevância da temática tomada para estudo nesta pesquisa em um contexto atual, sobretudo em um cenário que aponta para uma sociedade que recentemente saiu de uma pandemia e que a utilização de tecnologias digitais foi fortemente potencializada na educação, seja por professores que acreditam na sua utilização como ferramenta que desenvolve habilidades específicas e necessárias para o desenvolvimento e aprendizagem do estudante, ou apenas pela necessidade de ministrar

aula em formato não presencial, definiu-se que a amostra selecionada para estudo devem compreender artigos publicados entre janeiro de 2017 e abril de 2023.

O levantamento dos dados se deu nos meses de maio e junho de 2023 e reuniu, ao final, artigos completos, de cunho científico e que atende aos critérios de inclusão e exclusão definidos para essa pesquisa. Ressalta-se que esses artigos estão publicados em periódicos indexados vinculados à plataforma de busca supracitada. Para fins de identificar também práticas internacionais, a busca foi feita em três diferentes idiomas: português, inglês e espanhol e utilizou os descritores e operadores booleanos conforme organizados no Quadro 1.

Quadro 1: Descritores e operadores booleanos

DESCRITORES E OPERADORES		
Português	Espanhol	Inglês
Ensin* matemática AND manipul* digit*	Enseñ* matemátic* AND manipul* digital*	Math* teach* AND digital* manipulat*
Ensin* matemática AND manipul* virtua*	Enseñ* matemátic* AND manipul* virtual*	Math* teach* AND virtual* manipulat*
Ensin* matemática AND manipul* interativ*	Enseñ* matemátic* AND manipul* interactiv*	Math* teach* AND interact* manipulat*

Fonte: Os autores

No que concerne aos critérios de inclusão ou exclusão, presentes no Quadro 2, deve-se evidenciar o critério de inclusão (e). A construção do conceito de materiais manipulativos digitais ou virtuais, já presentes em um de nossos descritores de busca, foi respaldado nos estudos de Moyer, Bolyard e Spikell (2002), Whatt Are Virtual Manipulatives. Após aplicados os descritores e operadores booleanos de busca e os demais critérios de inclusão e exclusão, o critério ao qual se refere essa discussão foi atendido após uma leitura atenta e cuidadosa do resumo do referido artigo.

Quadro 2: Critérios de inclusão e exclusão

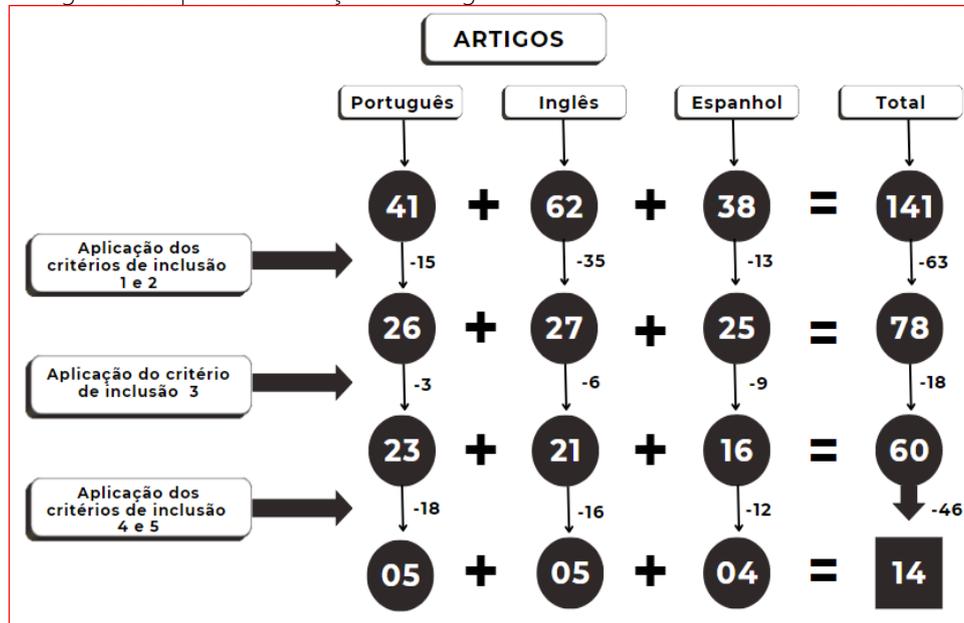
CRITÉRIOS	
Inclusão	Exclusão
(01) artigos publicados em português, inglês ou espanhol	(a) teses, dissertações, livros e capítulos de livros
(02) artigos completos publicados em periódicos revisados por pares	(b) artigos publicados em outra língua, exceto português, inglês ou espanhol
(03) artigos publicados entre 2017 e abril de 2023	(c) artigos não disponíveis para downloads gratuitos
(04) artigos relativos a práticas na Educação Básica	(d) artigos relativos a práticas na Educação Superior
(05) artigos que contemple o conceito de materiais manipulativos digitais/virtuais conforme definido na introdução	(e) artigos repetidos e/ou de conferências/eventos

Fonte: Os autores

Com a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão por meio de filtros do sistema de busca do Portal da Capes, realizou-se uma leitura dos detalhes para selecionar os materiais que irão compor a lista de produção bibliográfica deste levantamento. Ao analisar o campo “detalhes”, ler o título, palavras-chave e o resumo para confirmar se o resultado está no

escopo do tema da pesquisa, finalizamos a seleção com um total de 14 artigos que contemplam os critérios presentes no Quadro 2. Para facilitar o entendimento, a Figura 2 esquematiza os artigos encontrados desde o início até o final da busca.

Figura 2: Esquema de seleção dos artigos usando critérios de inclusão e exclusão



Fonte: Os autores

Para atender a terceira fase presente entre os requisitos da escrita de uma revisão integrativa, foi feita a categorização dos estudos selecionados. Com este fim, os artigos escolhidos foram divididos em três classes:

- classe A - práticas que discutem a aplicação de materiais manipulativos virtuais no ensino de matemática para o primeiro ciclo do ensino fundamental I (até o 5º ano);
- classe B - práticas concernentes a aplicação de materiais manipulativos virtuais no ensino fundamental II (do 5º ao 9º ano do ensino fundamental) e, por fim;
- classe C - práticas que contemplem a utilização de materiais manipulativos virtuais no ensino médio.

Para facilitar o entendimento do leitor, o Quadro 3 apresenta o corpus da pesquisa dividido de acordo com as classes definidas na categorização acima mencionada. A classe A) apresenta 04 artigos, a classe B) 04 artigos e a classe C) 06 artigos. Os artigos são identificados com seu título traduzido para o português, idioma de origem, seus autores, ano em que foram publicados e o periódico ao qual está vinculado. Ao final do quadro, inicia-se a avaliação dos estudos.

Quadro 3. Corpus da pesquisa

Classe	Número	Título/Idioma	Autor(es)/Ano	Fonte
	01	Introdução à álgebra na educação infantil: um roteiro didático para padrões de ensino Idioma: Espanhol (ESP)	Ángel Alsina; Ione Giralt Ano: 2017	Didácticas Específicas Revista Electrónica

A	02	Sinergia entre artefatos manipulativos e digitais: uma experiência de ensino sobre simetria axial no ensino fundamental Idioma: Inglês (ING)	Eleonora Faggiano; Antonella Montone; Maria Alessandra Marioti Ano: 2018	International Journal of Mathematical Education - Science and Technology
	03	Intervenção baseada em software com manipuladores digitais para apoiar a compreensão conceitual dos alunos sobre frações Idioma: Inglês (ING)	Jeffrey B. Bush Ano: 2021	British Journal of Educational Technology
	04	Blocos de Base 10: um estudo das possibilidades manipulativas virtuais no iPad em níveis primários Idioma: Inglês (ING)	Kristy Litsler; Patrícia S. Moyer Packenham; Rachel Reeder Ano: 2019	Mathematics Education Research Journal
B	05	Tecnologia Étnico-Digital: Recursos Didáticos convergentes em desenvolvimento de competências matemáticas de estudantes de zona rural Idioma: Espanhol (ESP)	Julia A. Ramón; Jesús Vilchez Ano: 2023	Información Tecnológica
	06	Mediação Tecnológica no Ensino de Matemática: Considerações Sobre a Utilização do Software Winplot em Atividades Idioma: Português (PT)	Luís Fernando Mesquita de Lima; Willelberg Oliveira da Silva Ano: 2021	Boletim Cearense de Educação e História da Matemática
	07	Características de uma balança de prato que podem ajudar os alunos a desenvolver a compreensão da equivalência matemática Idioma: Inglês (ING)	Neet Priya Bajwa; Michelle Perry Ano: 2021	Mathematical Thinking and Learning
	08	Lições aprendidas com um estudo em sala de aula rural: transição de manipuladores concretos a virtuais para ensinar fluência em fatos matemáticos para alunos com dificuldades de aprendizagem Idioma: Inglês (ING)	Mateus Kabel; Jiyung Hwang; Jiwon Hwang; Ano: 2021	Journal Of Curriculum Studies Research
	09	A Matemática das Imagens Digitais como Recurso Didático na Escola Básica Idioma: Português (PT)	Augusto Ribeiro de Almeida; Luciano Aparecido Magrini Ano: 2021	Revista Eletrônica Paulista de Matemática
	10	Atuação dos alunos no blended learning organizado	Saulo Furletti; José Wilson da Costa	Revista do Centro de Educação da

C		pela Teoria das Situações Didáticas Idioma: Português (PT)	Ano: 2020	UFSM Revedução
	11	Uma proposta diferenciada para o ensino e aprendizagem da matemática na Educação Básica Idioma: Português (PT)	Gabriel Xavier Santos Ano: 2017	Revista Com a Palavra o Professor
	12	O uso da realidade aumentada com dispositivos móveis na educação matemática como potência na Geometria Espacial Idioma: Português (PT)	Luis Otoni Meireles Ribeiro; Lisandra Xavier Guterres; Denise Nascimento Silveira Ano: 2020	Plurais Revista Multidisciplinar
	13	O uso da realidade aumentada em Geometria para o desenvolvimento de habilidades espaciais Idioma: Espanhol (ESP)	Silva Natividad Moral Sánchez; Maria Teresa Sánchez Compañía; Isabel Romero Albaladejo Ano: 2023	Enseñanza de las Ciencias
	14	Gamificação como estratégia de motivação no processo de ensino e aprendizado Idioma: Espanhol (ESP)	Liseth Jacqueline Gómez Paladines; Carlos Marcelo Ávila Mediavilla Ano: 2021	Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonia

Fonte: Os autores

Avaliação dos estudos

Nessa etapa será contemplada a quarta fase desta revisão integrativa: a avaliação dos estudos. Para tal, realizou-se uma leitura detalhada de todos os artigos que compõem o corpus da pesquisa utilizados para a realização deste manuscrito, destacando o objetivo de cada artigo selecionado, bem como a metodologia adotada para a sua construção, os sujeitos e/ou as ferramentas envolvidas na pesquisa e as considerações tecidas pelos autores a partir de suas investigações. Esta apresentação será realizada na ordem em que está disposta a organização e categorização apresentada no Quadro 3, na sessão anterior.

O artigo *Introdução à álgebra na educação infantil: um roteiro didático para padrões de ensino*, escrito por Alsina e Giralt (2017), com o objetivo de discutir o ensino de álgebra por meio da aquisição de padrões de repetição e crescimento, apresenta um itinerário didático com olhar para a identificação dos estudantes da Educação Infantil no que tange a percepção do padrão de cores. É proposto para os estudantes, por meio da utilização de computadores, uma sequência de cores e eles precisam identificar padrões para seguir a sequência. Ao identificar, é possível manipular a sequência de modo a formar novos e mais elaborados padrões. Os autores concluem que atividades dessa natureza constroem uma base sólida e prepara os estudantes para entendimento de uma álgebra mais complexa.

Ainda, desenvolve habilidades imprescindíveis para formar cidadãos autônomos na sociedade do século XXI.

Faggiano, Montone e Mariotti (2018), no intuito de investigar o potencial didático do uso combinado de dois tipos diferentes de artefatos, um manipulativo (papel e alfinete) e outro digital (*Dynamic Geometry Environment*), com a finalidade de construir e conceituar significados matemáticos relacionados a geometria axial, escreveram *Sinergia entre artefatos manipulativos e digitais: uma experiência de ensino sobre simetria axial no Ensino Fundamental*. O documento relata uma sequência de ensino e sua implementação a partir da Teoria da Mediação Semiótica (TMS) com estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental. Os autores defendem que é a intervenção atenta e competente do professor que contribui para o surgimento da sinergia entre os dois potenciais semióticos e que "diferentes significados puderam ser relacionados e integrados para desenvolver significados esperados relacionados à noção matemática axial." (FAGIANNI, MONTONE & MARIOTTI, 2018, p. 1178).

Com a necessidade de estudar a melhoria na compreensão conceitual e entender as potencialidades da abordagem do objeto matemático frações através de manipuladores virtuais para estudantes do Ensino Fundamental, Bush (2021) publicou *Intervenção baseada em software com manipuladores digitais para apoiar a compreensão conceitual do aluno sobre frações*. Os pesquisadores utilizaram um tutor baseado em software com manipuladores digitais, *Woot Adaptive Learning - WMAL*, um aplicativo de software focado em fornecer suporte instrucional para números racionais para o estudo de frações. A pesquisa foi feita com 17 professores e 297 alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. Os resultados demonstram como a abordagem descrita para software e design instrucional pode trabalhar em conjunto para apoiar aumentos significativos no desempenho do aluno em domínio de números racionais. Entre as vantagens, os autores evidenciam o feedback imediato dado aos alunos pela plataforma digital.

Litsler, Packenham e Reeder (2019), com o intuito de entender como as crianças nas séries primárias se envolvem com um aplicativo criado para promover oportunidades de aprendizagem em matemática por meio de um manipulativo virtual, escreveram o artigo *Blocos de Base 10: um estudo das possibilidades manipulativas virtuais no iPad em níveis primários*. Os pesquisadores realizaram entrevistas individuais com 100 crianças do Ensino Fundamental I enquanto elas interagem com o aplicativo *Montessori Number Base 10 Blocks*. Os dados, analisados qualitativamente, mostram que as ações das crianças ao interagir com os recursos do aplicativo afetam positivamente seu envolvimento e apontam três temas emergentes nesse envolvimento com os recursos de vinculação simultânea do aplicativo: verificação, autocorreção e estabelecimento de conexões. Os resultados sugerem a importância de ajudar as crianças a identificar e refletir sobre os recursos presentes nos aplicativos virtuais manipulativos para contribuir na aprendizagem de matemática.

Com o objetivo de descrever a influência da tecnologia digital como recurso didático complementar para a aquisição de aprendizagens e desenvolvimento de competências matemáticas por estudantes do Ensino Fundamental II (adaptação para modelo educacional do Brasil), que vivem em zona rural do Peru, Ramón e Vilchéz (2019) publicaram *Tecnologia Étnico-Digital: Recursos Didáticos convergentes em desenvolvimento de competências matemáticas de estudantes de zona rural*. Por meio de uma investigação-ação participativa, 15 estudantes vinculados a instituições de ensino rurais foram observados desenvolvendo atividades matemáticas contextualizadas e interativas mediadas por recursos do ambiente e

manipulativos digitais. Os autores concluem que a convergência da tecnologia física e digital dinamiza o processo didático, favorece a aprendizagem e contribui para a implementação de um processo educativo com mais equidade.

Mediação Tecnológica no Ensino de Matemática: considerações sobre a utilização do Software Winplot em atividades, escrito por Lima & Silva (2021), com o objetivo de apresentar e discutir, numa perspectiva crítica, uma proposta de atividade que faz uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e investigação matemática, traz uma sequência didática para ensinar Funções do 1º e 2º grau e Sistemas Lineares de ordem 2 a partir da manipulação do software *Winplot*. A atividade se apresenta como uma proposta para o ensino fundamental e os autores defendem que, a partir da manipulação não arbitrária dos coeficientes das funções e/ou equações que compõem o sistema, é possível significar qualitativamente conceitos abstratos do objeto de estudo. Nas palavras dos autores, é possível realizar “a conexão entre o abstrato e o concreto” (LIMA & SILVA, 2021, p. 529). Finalizam sugerindo a utilização de outros softwares para realizar atividades em sala de aula.

No intuito de examinar o entendimento dos estudantes do Ensino Fundamental II na compreensão da igualdade como equivalência com a utilização de recursos tecnológicos, Bajwa e Perry (2021) publicaram o artigo *Características de uma balança de pratos que podem ajudar os alunos a desenvolver a compreensão da equivalência matemática*. Nessa proposta, foi desenvolvido um manipulativo digital com balanceamento panorâmico e, por meio de manipulações em três condições (envolvendo o princípio central de tornar os dois lados iguais; uma analogia de equilíbrio; ou ambos, juntamente com uma demonstração dinâmica), identificaram que as condições relativamente mais fundamentadas promoveram uma compreensão relacional da equivalência matemática. Os autores, porém, chamam a atenção para a necessidade de os educadores avaliarem a eficácia pedagógica de determinados manipulativos, uma vez que “um modelo pode conter diferentes tipos de fundamentação e alguns recursos podem ser aproveitados para promover maior aprendizado do que outros.” (BAJWA & PERRY, 2021, p. 20).

Kabel, Hwang e Hwang (2021), com o objetivo de examinar o potencial dos manipuladores virtuais para uso em sala de aula, escreveram o artigo *Lições aprendidas com um estudo em sala de aula rural: Transição de manipulativos concretos a virtuais para ensinar fluência em fatos matemáticos para alunos com dificuldades de aprendizagem*. O estudo concentrou-se em estudar se os efeitos previamente comprovados com a utilização de manipulativos concretos podiam ser transferidos para a utilização de manipulativos virtuais ao ensinar multiplicação para estudantes do Ensino Fundamental II de uma cidade rural dos Estados Unidos. Os resultados quantitativos e qualitativos indicaram um potencial promissor para o uso de manipulativos virtuais, com implicações significativas para os praticantes. Os autores sinalizam que “mais recursos tecnológicos e suporte precisam ser fornecidos às escolas rurais para igualdade de acesso e oportunidades iguais de educação.” (KABEL, HWANG & HWANG, 2021, p. 61).

Com o objetivo de apresentar possibilidades de práticas docentes que considerem as conexões entre a chamada matemática escolar e a tecnologia, Almeida e Magrini (2021) realizaram um estudo que resultou na escrita do artigo *A Matemática das Imagens Digitais como Recurso Didático na Escola Básica*. Nesse estudo, os autores identificam que os estudantes do Ensino Médio podem trabalhar em diversos contextos com imagens binárias, monocromáticas e coloridas e propõem atividades em que a manipulação de matrizes pode

ser interpretada a partir de modificações e transformações de imagens digitais. Os autores defendem o uso de recursos tecnológicos para o ensino do objeto de estudo, justificando o uso também para atender a necessidade de formar “cidadãos capazes de lidar com a tecnologia de modo responsável” (ALMEIDA & MAGRINI, 2021, p. 33) e sugerem que outros conceitos ligados à tecnologia sejam explorados como recursos didáticos.

Por meio de uma investigação qualitativa do tipo pesquisa-ação, Furletti e Costa (2020) realizaram uma pesquisa com alunos com 2º ano do Ensino Médio e publicaram *Atuação dos alunos no blended learning organizado pela Teoria das Situações Didáticas*. O objetivo da escrita foi descrever a atuação dos alunos ao se envolverem em uma proposta metodológica que integrou o blended learning (BL) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD). Por meio do MOODLE, os estudantes manipularam o software Geogebra para resolver questões sobre funções trigonométricas associadas a situações reais. Os autores apontam que, inicialmente, os estudantes tiveram um comportamento passivo e isso foi mudando ao longo da atividade, que a relação estabelecida com o conteúdo foi diferente da estabelecida diariamente em sala de aula e que houve uma ruptura do contrato didático sobre o entendimento de que o professor precisa repassar conteúdo. Finalizam sugerindo maior envolvimento das instituições para investir em infraestrutura tecnológica.

A construção de Tangrams no Geogebra e a manipulação das figuras geométricas que compunham esse Tangram, permitiu Santos (2017) publicar *Uma proposta diferenciada para o ensino e aprendizagem da matemática na Educação Básica*. Com o objetivo de relatar a experiência observada com a utilização de manipulativos, o autor desenvolveu atividades comparativas entre o mundo físico e o digital para ensinar Geometria para alunos do 2º ano do Ensino Médio. O autor aponta que a utilização da ferramenta digital “aumenta a capacidade de maior interatividade dos alunos com o assunto abordado, fazendo com que ele seja o autor principal dos seus conhecimentos.” (SANTOS, 2017, p. 20). Finaliza ao salientar que o recurso didático desperta interesse, curiosidade, motivação e agilidade e ainda permite a valorização do erro como parte do processo de aprendizagem dos estudantes.

Ribeiro, Guterres e Silveira (2020), no intuito de problematizar o ensino de Geometria Espacial por meio de manipulativos virtuais possíveis de serem utilizados em dispositivos móveis, publicaram *O uso da realidade aumentada com dispositivos móveis na Educação Matemática como potência na Geometria Espacial*. Os autores apresentam uma proposta para o ensino do conteúdo no Ensino Médio por meio dos aplicativos: *GeometriAR*, *Polyèdres Augmentès* e *Geometrix*. Eles argumentam que a utilização da tecnologia não é suficiente para garantir a aprendizagem, sendo indispensável a mediação e a intencionalidade do docente. Sugerem que é importante “propor práticas que possam unir a tecnologia ao conteúdo” (RIBEIRO, GUTERRES e SILVEIRA, 2020, p. 53), que a aprendizagem de cada estudante é afetada com a manipulação em tempo real dos objetos matemáticos e que o uso do celular nos espaços escolares rompe barreiras de acesso às tecnologias. Finalizam defendendo que o uso de tecnologias é uma forma de preparar os estudantes para desafios futuros.

Objetivando compartilhar e analisar uma experiência didática de geometria problematizada a partir de realidade virtual (RV), Sánchez, Compañá e Albadejo (2023) escreveram o artigo *Uso de realidade virtual em Geometria para o desenvolvimento de habilidades espaciais*. Foi feito atividades, primeiramente, por meio de manipulativos físicos e, posteriormente, utilizado um software dinâmico em que os alunos do 3º ano do Ensino

Médio criaram, manipularam e interagiram com objetos geométricos tridimensionais por meio do Neotrie VR. Por não conseguirem manipular os sólidos geométricos, rotacionando-os, os estudantes apresentaram menor sucesso com a utilização dos manipulativos físicos. Os autores concluem que a utilização dos manipulativos virtuais exercem um papel fundamental no desenvolvimento de habilidades espaciais nos estudantes. Finalizam sugerindo que novos experimentos dessa natureza devam ser feitos nesse e em outros níveis de ensino.

Analisar a gamificação e sua incidência na motivação dos educandos, por meio do web *Árbol ABC* para facilitar a compreensão de conteúdos na área da matemática foi o objetivo da escrita *Gamificação como estratégia de motivação no processo de ensino e aprendizado*, realizada por Paladines e Mediavilla (2021). Problematizando que a aprendizagem está relacionada com estímulos internos e externos, como a motivação, a ambientação, a alimentação e as condições biológicas de cada indivíduo, os pesquisadores propõem aos estudantes do 2º ano do Ensino Médio, atividades relacionadas a objetos matemáticos específicos que são gamificadas e manipuladas em aula. Análises por meio da escala Likert evidenciam a gamificação como uma fonte de motivação, atenção, interesse e persistência dos estudantes e defendem que a utilização dessa ferramenta facilita a compreensão e aquisição de conhecimentos de maneira mais significativa. Os autores suscitam ainda, que os docentes devem ser competentes para solucionar novos problemas e demandas da sociedade.

Discussão dos resultados

Esta seção contemplará a quinta fase da revisão integrativa: a discussão dos resultados. Para este fim, os artigos serão identificados a partir do número presente na segunda coluna do Quadro 3, apresentado na metodologia. Buscar-se-á, nesse momento, fazer uma conversa entre as considerações tecidas pelos autores dos artigos em discussão e pesquisadores que estudam os temas que permeiam as discussões presentes.

Para iniciar, traz-se um apontamento presente no artigo 02: os autores manifestam em sua escrita o entendimento de manipulativo e digital diferente do conceito proposto para este estudo. A associação de material manipulativo a papel e alfinete e de digital a um software, exclui a possibilidade da existência de um manipulativo digital. Ressalta-se que nesse artigo a ideia de manipulativos está ancorado no conceito de Silveira, Powel e Grando (2022) e que trata-se de objetos físicos, pictóricos e também virtuais e que podem ser utilizados como recursos para ensinar determinado conhecimento.

Estudiosos renomados no estudo de materiais manipulativos para ensinar matemática, como Clements e Sarama (2021), defendem que os manipulativos virtuais ajudam os estudantes na compreensão dos conceitos porque são mais fáceis e rápidos de usar e porque fornecem feedback imediato e específico. Encontra-se esses apontamentos também nos artigos 03, 04 e 11 utilizados nesse estudo. Esse fator se torna um potencial ao entendermos que os estudantes podem perceber seus erros de forma imediata, corrigi-los e aprender com eles, fazendo com que o erro passe ser considerado como parte do processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, esses manipulativos, percebidos a partir da utilização das ferramentas tecnológicas, permitem que novos olhares possam ser lançados sobre os objetos matemáticos, permitindo que diferentes saberes sejam construídos. Atenta-se, nesse caso,

para os estudos de Wegner e Oliveira (2023), que defendem que não se pode negligenciar um objeto de estudo ou um formato de execução, visto que se pode perder técnicas que fundamentam todo um processo de produção do conhecimento. Os autores finalizam defendendo que diferentes olhares permitem novas deduções e novos raciocínios matemáticos, podendo ser executados de diferentes formas.

Os autores dos artigos 01, 09 e 12 suscitam, entre outras coisas, um fator muito relevante: a utilização de tecnologia na sala de aula pode preparar melhor os estudantes para lidar com os desafios da sociedade do século XXI. Nessa perspectiva, é indispensável pensar uma escola que atenda a necessidade de um mundo cada vez mais digital. Pesquisadores dessa temática, como Felcher e Folmer sinalizam que “o século XXI requer uma Escola, também, do século XXI, que privilegia o aluno ativo, protagonista, que busca aprender e que usa a tecnologia para o bem da humanidade.” (FELCHER; FOLMER, 2021, p. 8)

Para além das discussões da utilização de manipulativos virtuais na sala de aula para ensinar matemática, é necessário e urgente pensar numa readequação do ambiente escolar, seja na reorganização do currículo, no desenvolvimento de novas e diferentes práticas e abordagens pedagógicas ou até mesmo na organização de novos espaços e tempos para ensinar. Utilizar as tecnologias digitais nos espaços escolares é promover um ambiente de aprendizagem que aproxima os estudantes de um mundo mais familiar, mais integrado, que permite a personalização do ensino e a aprendizagem colaborativa. É, também, atender uma necessidade social.

Nesse contexto, ressalta-se a importância do planejamento e da intencionalidade docente ao utilizar os materiais manipulativos virtuais em sala de aula. Esses cuidados foram destacados nos artigos 02, 07, 12 e 13. Para que as atividades atinjam os objetivos necessários e permitam que sejam produzidos conhecimentos que não seriam possíveis de serem alcançados sem a utilização da ferramenta tecnológica, é necessário que o professor seja um mediador da atividade educacional, escolha cuidadosamente e organize situações colaborativas de aprendizagem que sejam relevantes para os alunos (DINIZ; PASTÓRIO, 2023).

Ainda referindo-se ao docente, é possível identificar também questões que problematizam a necessidade do conhecimento e formação continuada do professor para o desenvolvimento de práticas com materiais manipulativos virtuais. Os artigos 07 e 12 alertam que a qualificação docente permite que o conhecimento sobre a ferramenta possibilita uma melhor exploração das potencialidades das ferramentas. Nessa perspectiva, Faria, Romanello e Domingues (2018) admite que a falta de preparo docente pode ser um dificultador no processo de ensino. “O preparo do professor pode estar aliado a sua formação inicial ou continuada, o que pode acarretar em dificuldades em elaborar atividades matemáticas com tecnologias” (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018, p. 118). É necessário sair da zona de conforto e caminhar em direção ao novo para construir novos saberes.

Os artigos 04, 10, 11 e 13 colocam em pauta a questão do maior envolvimento dos estudantes nas atividades propostas por manipulativos virtuais e sinalizam, em seus estudos, que a utilização dessa ferramenta rompe com as barreiras do tradicional e permite que os estudantes se coloquem como centro do processo de ensino e aprendizagem. Nesse caminho, Araújo e Ferreira (2022), em seu estudo sobre a análise da contribuição das tecnologias digitais ao ensino de matemática: a Educação 5.0, corroboram ao salientar que

“faz-se necessário a utilização das diferentes tecnologias existentes para auxiliar e melhorar as aulas de Matemática, tornando-as mais interessantes, criativas e dinâmicas, despertando assim o interesse e motivando os alunos a aprenderem Matemática de forma sólida, contínua e significativa.” (ARAÚJO; FERREIRA, 2022, p. 53).

Nesse cenário, nos apoiamos no conceito de Educação 5.0 construído por Felcher, Blanco e Folmer (2022). Para os autores, “A Educação 5.0 é uma abordagem educacional ampla, que integra as TD e a IA em contextos onde o estudante é ativo, criativo, crítico e reflexivo, e seus interesses, dificuldades e potencialidades são considerados, visando o desenvolvimento de competências para viver no século XXI.” (FELCHER; BLANCO; FOLMER, 2022, p. 4).

Em outro estudo, Felcher e Folmer (2021) ainda manifestam a importância dos conhecimentos digitais e tecnológicos para essa abordagem educacional, mas reforçam a importância das competências socioemocionais na formação dos estudantes. Enxerga-se, na utilização de manipulativos virtuais, uma grande possibilidade de prática alinhada a essa abordagem educacional, não apenas por pela utilização de tecnologias, mas por favorecer o desenvolvimento de habilidades e competências tão necessárias para viver na era da sociedade digital.

Revisão integrativa

Como último critério a ser contemplado nesse artigo, apresenta-se a revisão integrativa. Para este fim, destaca-se, inicialmente, o objetivo dessa escrita: verificar a potencialidade da utilização de materiais manipulativos virtuais para ensinar matemática na Educação Básica. E, a partir dele, inicia-se os estudos do que propõe alguns pesquisadores sobre a utilização dessas ferramentas em sala de aula. Apresenta-se também o conceito de um manipulativo virtual e as orientações da BNCC sobre a utilização de tecnologias digitais em sala de aula.

Na sequência, faz-se um estudo apurado das fases de uma revisão integrativa, define-se os descritores e operadores, os critérios de inclusão e exclusão e inicia-se a busca pelos materiais a serem estudados. Com os critérios definidos e usando o portal de base de dados da CAPES, seleciona-se 14 artigos, sendo categorizados entre práticas referentes ao primeiro ciclo do ensino fundamental, segundo ciclo do ensino fundamental e ensino médio. Faz-se uma leitura detalhada dos artigos e elenca-se o ponto chave para discussão.

Faz-se, então, uma discussão dos resultados, estabelecendo pontos de convergência entre os autores dos artigos e pensadores da área que está sendo discutida. Cabe salientar que se encontra, entre as escritas, um autor com um entendimento de material manipulativo diferente do que está proposto neste artigo. A partir dos critérios definidos para a escrita desse artigo, identifica-se mais práticas direcionadas a utilização de materiais manipulativos virtuais para o ensino médio do que práticas associadas ao primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental. Uma justificativa para isso, seria o maior domínio desses alunos em relação às ferramentas tecnológicas.

Ao retomar a questão de pesquisa: “quais as possíveis contribuições da utilização de materiais manipulativos virtuais para o processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica?”, identifica-se que os estudos convergem em relação a importância da utilização dessas ferramentas como potencializador para o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Entre os potenciais destacados, encontra-se o

desenvolvimento de habilidades e competências para viver no século XXI, criatividade, fortalecimento da motivação, criação de autonomia, autorreflexão e autocrítica, melhor entendimento do conteúdo, entre outros.

Sugere-se, a partir desse estudo e de pontos sensíveis que emergiram dos artigos selecionados, novas pesquisas centradas na necessidade de formação docente, seja ela inicial ou continuada, para qualificar as práticas relacionadas à utilização de manipulativos virtuais e outras ferramentas tecnológicas que qualificam o processo ensino e aprendizagem nos espaços escolares e fora deles.

Considerações finais

Um ambiente educacional que se preocupa com a aprendizagem dos estudantes precisa desenvolver um espaço onde eles possam estabelecer relações entre suas vivências e os conhecimentos científicos. Na perspectiva da matemática, essa revisão aponta que os materiais manipulativos virtuais permitem experimentar conceitos matemáticos de forma estimulante, relacionando-os no contexto dessa sociedade cada vez mais tecnológica.

A manipulação dessas ferramentas consente aos estudantes explorar conceitos teóricos e estabelecer conexões entre o concreto e o abstrato, além de permitir personalizar o próprio aprendizado e respeitar a individualidade e a forma de aprender de cada um. Ainda, permite o desenvolvimento de habilidades cognitivas e competências socioemocionais tão importantes para viver no século XXI. Habilidades e competências essas que extrapolam a relevância de aprender matemática, contribuindo também para enfrentar os desafios acadêmicos e profissionais num mundo cada dia mais digital e tecnológico.

Por fim, acredita-se que os resultados tenham suscitado elementos relevantes para discussão do processo de ensino e aprendizagem de matemática, trazendo contribuições para a área e apontando a necessidade de novas pesquisas correlacionadas a esta, principalmente no que refere-se a formação inicial e continuada de professores, qualificando-os para a utilização de materiais manipulativos virtuais em sala de aula.

Referências

- ALMEIDA, Augusto Ribeiro de; MAGRINI, Luciano Aparecido. A matemática das imagens digitais como recurso didático na escola básica. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, São Paulo, v. 21, p. 184-35, dez 2021.
- ALMEIDA, Fernando; MORAIS, José. Strategies for developing soft skills among higher engineering courses. *Journal of Education*, v. 203, n. 1, p. 103–112, 23 may 2021.
- ALSINA, Angel; GIRALT, Ione. Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Didácticas Específicas*, Madrid, n. 15, p. 113–129, jun 2017.
- ARAÚJO Jonas Guerra de; FERREIRA, Francisco de Assis Parentes da Silva do Amaral. Uma análise da contribuição das tecnologias digitais ao ensino de matemática: a educação 5.0. In: ANDRADE, Paulo Marcos Ferreira (Org). *O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios 3*. Ponta Grossa: Aya, 2022, p. 51-64.

BAJWA, Neet Priya; PERRY, Michelle. Features of a pan balance that may support students' developing understanding of mathematical equivalence. *Mathematical Thinking and Learning*, Philadelphia, v. 23, n. 1, p. 1-27, 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017.

BUSH, Jeffrey B. Software-based intervention with digital manipulatives to support student conceptual understandings of fractions. *British Journal of Educational Technology*, United Kingdom, v. 52, n. 6, p. 2299-318, nov. 2021.

DINIZ, Vagner Schillreff; PASTORIO, Dioni Paulo. Uma revisão sistemática da literatura sobre a construção e uso dos mundos virtuais 3D no ensino de Física. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática/Rencima*, Cruzeiro do Sul, v. 14, n. 2, p. 1-25, mar. 2023.

FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho; ROMANELLO, Laís Aparecida; DOMINGUES, Nilton Silveira. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas Amazônia*, Pará, v 4. n. 30, p. 105-122, 2018.

FAGGIANO, Eleonora; MONTONE, Antonella; MARIOTTI, Maria Alessandra. Synergy between manipulative and digital artefacts: a teaching experiment on axial symmetry at primary school. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Australian, v. 49, n. 8, p. 1165-180, nov. 2018.

FELCHER, Carla Denize Ott; BLANCO, Gisele Silveira; FOLMER, Vanderlei. Educação 5.0: uma sistematização a partir de estudos, pesquisas e reflexões. *Research, Society and Development*, v. 11, n. 13, p. 1-12, out. 2022.

FELCHER, Carla Denize Ott; FOLMER, Vanderlei. Educação 5.0: Reflexões e perspectivas para sua implementação. *Revista Tecnologias Educacionais Em Rede (ReTER)*, Santa Maria, v. 2, n. 3, p. 01-15, out. 2021.

FURLETTI, Saulo; COSTA, José Wilson da. Atuação dos alunos no blended learning organizado pela teoria das situações didáticas. *Revista do Centro de Educação UFSM*, Santa Maria, v. 45, p. 1-24, nov. 2020.

GÓMEZ-PALADINES, Lisseth Jacqueline; ÁVILA-MEDIAVILLA, Carlos Marcelo. Gamificación como estrategia de motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, Venezuela, v. 6, n. 3, p. 329-49. jul. 2021.

KABEL, Matthew; HWANG, Jiyung; HWANG Jiwon. Lessons learned from a rural classroom study: transitioning from concrete to virtual manipulatives to teach math fact fluency to students with learning disabilities. *Journal of Curriculum Studies Research*, Türkiye, v. 3, n. 1, p. 42-68, jun 2021.

LIMA, Luís Fernando Mesquita de; SILVA, Willelberg Oliveira da. Mediação tecnológica no ensino da Matemática. *Boletim Cearense De Educação E História Da Matemática*, Ceará, v. 8, n. 23, p. 519-53, jun. 2021.

LITSTER, Kristy; MOYER-PACKENHAM, Patricia; REEDER, Rachel. Base-10 blocks: a study of ipad virtual manipulative affordances across primary-grade levels. *Mathematics Education Research Journal*, Netherlands, v. 31, n. 3, p. 349-65, jan 2019.

MARTINS, Nuno; COSTA, Cecília; SILVA, Ricardo; MARTINS, Fernando. Algoritmo da decomposição da subtração: aprofundar conhecimentos através do uso de um manipulativo virtual. *Indagatio Didactica*, Portugal, v. 12, n. 5, p. 1-20, dez. 2020.

MORAL-SÁNCHEZ, Silvia Natividad; SÁNCHEZ-COMPAÑA, María Teresa; ROMERO-ALBALADEJO, Isabel. Uso de realidade virtual en geometría para el desarrollo de habilidades espaciales. *Enseñanza De Las Ciencias*, España, v. 41, n. 1, p. 125-47, mar. 2023.

MORAN, José. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. In: BACICH, Lilian; TANZI, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Org.). *Ensino híbrido: personalização e tecnologias na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015, p. 27-45.

MOYER-PACKENHAM, Patricia; BOLYARD, Johnna; SPIKELL, Mark. What Are Virtual Manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, v. 8, n. 6, p. 372-377, Fev 2002.

OLIVEIRA, Cristiane Simões; SILVA, Jenekésia Lins da. Formação docente: reconstrução de saberes em um ambiente virtual Training. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, Corunha, v. Extr., n. 13, p. 134-138, dez. 2017.

RAMÓN, Julia A.; VILCHEZ, Jesús. Tecnología étnico-digital: recursos didácticos convergentes en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de zona rural. *Información Tecnológica*, Chile, v. 30, n. 3, p. 257-268, jun. 2019.

RIBEIRO, Luis Otoni Meireles; GUTERRES, Lisandra Xavier; SILVEIRA, Denise Nascimento. O uso da realidade aumentada com dispositivos móveis na educação matemática como potência na geometria espacial. *PLURAIS - Revista Multidisciplinar*, v. 5, n. 2, p. 40-57, ago. 2020.

SANTOS, Gabriel Xavier. Uma proposta diferenciada para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. *Com a Palavra, O Professor*, Bahia, v. 2, n. 3, p. 16-24, out. 2017.

SARAMA, Julie; CLEMENTS, Douglas. Physical and virtual manipulatives: what is "concrete"? In: MOYER-PACKENHAM, Patricia. (eds). *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives*. Logan: Springer Cham, 2016, p. 71-93. Mathematics Education in the Digital Era, vol 7.

SILVA, Elio Rubens de Freitas; SILVA, Adelmo Carvalho da. Práticas pedagógicas de professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática/Rencima*, Cruzeiro do Sul, v. 13, n. 2, p. 1-26, jun. 2022.

SILVEIRA, Everaldo. Materiais manipulativos: apresentando três chances de dar errado. *Encontro Catarinense de Educação Matemática*, Rio do Sul, jun. 2021.

SOUZA, Marcela Tavares de; SILVA, Michelly Dias da; CARVALHO, Rachel de. Revisão integrativa: o que é e como fazer. *Einstein (São Paulo)*, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 102-106, mar. 2010.

WEGNER, Alexandre; OLIVEIRA, Cláudio José de. Matemática artesanal: o saber fazer na construção de casas. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas Amazônia*, Pará, v. 19, n. 42, p. 118-133, 2023.