

Habilidades de visualização espacial em tarefas de livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental

Spatial visualization skills in textbook tasks for the 9th grade of elementary school

Cristian Martins da Silva¹
Carmen Vieira Mathias²

Resumo

As Habilidades de Visualização Espacial (HVE) podem ser definidas como a capacidade de visualizar, manipular e reconhecer um objeto mentalmente. É percebido que as HVE têm relevância no contexto da Educação Matemática, entretanto há poucos estudos que as relacionam aos Livros Didáticos (LD). Nesse sentido, o presente artigo tem como objetivo analisar como os exercícios presentes em LD de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental requerem HVE para serem solucionados. Dessa forma, delimitou-se o objeto de estudo às tarefas de Geometria Espacial dos cinco livros mais vendidos e aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2020, e categorizaram-se as ações de visualização necessárias na resolução de cada tarefa. A partir das análises, percebe-se que os exercícios analisados priorizam o cálculo de áreas e volumes em detrimento das HVE, entretanto, ainda há a possibilidade de articulá-las em algumas atividades.

Palavras-chave: habilidades de visualização espacial; tarefas; livros didáticos; ensino fundamental.

Abstract

Spatial Visualization Skills (SVS) can be defined as the ability to mentally visualize, manipulate and recognize an object. It is noticed that the SVS are relevant in the context of mathematics education, however there are few studies that relate them to Textbooks (TB). In this sense, this article aims to analyze how the exercises present in TB of Mathematics of the 9th year of Elementary School (ES) that require SVS to be solved. In this way, the object of study was limited to the Spatial Geometry tasks of the five best-selling books approved by the 2020 National Book and Teaching Material Program and the Visualization Actions necessary to solve each task were categorized. Based on the analyses, the analyzed exercises prioritize the calculation of areas and volumes to the detriment of SVS, however, there is still the possibility of articulating them in some activities.

Keywords: spatial visualization skills; tasks; textbooks; elementary school.

¹ Universidade Franciscana | martinsdasilvacristian@gmail.com

² Universidade Federal de Santa Maria | carmen@ufsm

Introdução

Durante as últimas duas décadas, o debate sobre a potencial contribuição da visualização e suas representações para o ensino de Matemática intensificou-se (ABRAHAMSON, 2014), visto que o desenvolvimento nas áreas de tecnologias expandiu esse potencial. Um ponto central para esse debate é se, e até que ponto, as representações visuais e as Habilidades de Visualização Espacial (HVE), em particular, podem ser usadas, não apenas como evidência e meio de discernimento para uma afirmação matemática, mas como parte de sua justificativa (HANNA e SIDOLI, 2007). Por exemplo, Giaquinto (2007) argumenta que os meios visuais são muito mais do que uma mera ajuda para a compreensão, e podem ser recursos para descoberta, justificativa e até mesmo demonstrações.

Nota-se que a visualização possui grande relevância na Educação Matemática. Sua riqueza, os diversos papéis que pode desempenhar na aprendizagem e no ensino da Matemática, bem como suas limitações, estão sendo cada vez mais investigados (ARCAVI, 2003; LEIVAS, 2009; GIAQUINTO, 2007; PRESMEG, 2006; LOWRIE, LOGAN e RAMFUL, 2017). Tais pesquisas abordam uma diversidade de questões, incluindo as percepções de matemáticos sobre o uso de visualização, a aparente relutância dos alunos em envolver-se com esta última e suas dificuldades nesse tema.

Percebe-se a importância do debate do papel da visualização nos processos de ensino e aprendizagem, visto que visualizar não é uma habilidade requerida apenas na Matemática, mas também em outras áreas. Isso é corroborado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em que o pensamento espacial “está associado ao desenvolvimento intelectual que integra conhecimentos não somente da Geografia, mas também de outras áreas como Matemática, Ciência, Arte e Literatura” (BRASIL, 2018, p. 359).

Ainda sobre a BNCC, o referido documento apresenta uma habilidade que tem o desenvolvimento previsto no 9º ano e que se relaciona com as HVE. Segundo o documento (BRASIL, 2018, p. 319), o aluno deve “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva”.

Sendo assim, percebe-se a necessidade de voltar o olhar para os materiais didáticos utilizados nas escolas, em particular para os Livros Didáticos (LD). Isso se faz necessário, pois, conforme Kluppel (2012), estes têm a função de orientar os professores na preparação das aulas, sendo uma fonte de pesquisa a respeito do ensino a ser desenvolvido.

Dessa forma, este artigo tem por objetivo analisar como os exercícios presentes em LD de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental requerem HVE para serem solucionados.

Referencial teórico

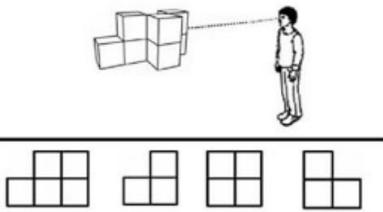
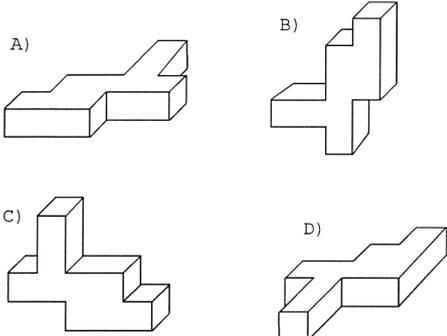
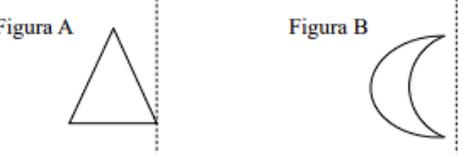
Segundo Gutierrez (1996), nas pesquisas sobre as HVE no ensino e aprendizagem em Matemática ou outras áreas do conhecimento, não há um consenso sobre a terminologia usada. Por isso, termos como raciocínio espacial, visualização espacial e pensamento espacial são geralmente utilizados para se referir às HVE. Dessa forma, Lowrie, Logan e Hegarty (2019, p.2) definem a visualização espacial como “a capacidade ou habilidade utilizada para transformar mentalmente ou manipular propriedades espaciais de um objeto”. Essa definição exige a representação de um conceito ou propriedade matemática contendo informações baseadas em elementos pictóricos, gráficos ou diagramáticos na mente dos indivíduos, o que Gutierrez (1996) define como imagem mental. Pesquisas como a de Bettin, Leivas e Mathias

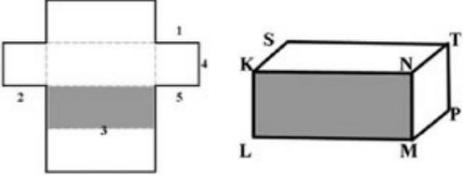
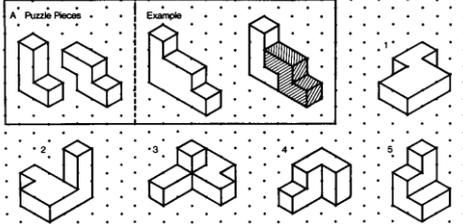
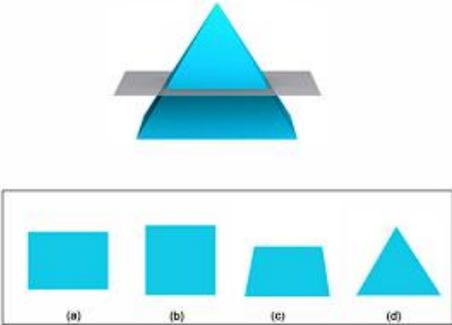
(2020) evidenciam a importância das imagens mentais no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Temos também a pesquisa de Gonzato, Fernández e Díaz (2011), que consideram a visualização e a orientação espacial como um conjunto de habilidades relacionadas ao raciocínio espacial. Esses autores ponderam que visualizar e orientar um objeto não inclui apenas a capacidade de ver objetos e espaços, mas também a capacidade de refletir sobre suas possíveis representações e relações entre suas partes, além de examinar as possíveis transformações (rotação, seção, planificação) que o objeto pode sofrer.

Com base nesses autores, Mathias e Simas (2021) resumiram as ações a serem realizadas pelo indivíduo ao solucionar tarefas que demandam HVE, conforme descritas no Quadro 1.

Quadro 1: Ações de Visualização consideradas na análise dos exercícios apresentados.

Ações	Descrição		Exemplo
Coordenar e Integrar Visualizações de objetos (CIV)	Exercícios que dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas.	Indique a vista frontal do sólido de acordo com o ângulo de visão do observador.	 <p>Fonte: Pittalis e Christou (2010, p. 199).</p>
Girar um Sólido (GS)	Exercício em que o estudante é convidado a girar mentalmente um sólido dado. Geralmente, é apresentada a imagem de um sólido e é necessário identificar a imagem deste mesmo sólido após sua rotação.	Entre as figuras a seguir, há três que representam o mesmo objeto em diferentes posições. Há uma que representa um objeto que, mesmo mudando de posição, é diferente das outras três. Qual é, A, B, C ou D?	 <p>Fonte: Gorgorió (1998, p. 215).</p>
Gerar Sólidos de Revolução (GSR)	Exercícios em que são apresentadas representações planas do objeto e o eixo de rotação em que o estudante precisa reconhecer o sólido percorrido durante a rotação.	Ao desenhar, com todos os detalhes possíveis, os corpos de revolução obtidos ao girar as seguintes imagens em relação aos eixos indicados.	 <p>Fonte: Blanco, Diego-Mantecón e Sequeiros (2019, p. 772).</p>

<p>Desenvolver uma Superfície (DS)</p>	<p>Exercícios onde é apresentada a representação do sólido de forma planificada e é solicitada a representação espacial ou vice-versa.</p>	<p>O diagrama mostra como um pedaço de papel pode ser cortado e dobrado para formar a forma sólida. As linhas pontilhadas mostram onde o papel é dobrado.</p>	 <p>Fonte: Pittalis e Christou (2010, p. 199).</p>
<p>Compor e Decompor um Sólido em partes (CDS)</p>	<p>Exercícios onde é apresentado o sólido (ou uma de suas representações) e solicitado sua identificação como decomposto em duas ou mais partes (ou vice-versa).</p>	<p>Ao juntar duas peças de um quebra-cabeça, novos sólidos podem ser construídos, como mostra o exemplo. Cada um dos sólidos a seguir é formado pela junção dessas duas peças. Para cada um, mostre como ele é construído, delineando uma das peças que o compõem.</p>	 <p>Fonte: Lappan, Phillips e Winter (1984, p. 623).</p>
<p>Identificar as Seções de um Sólido relacionadas a certos cortes (ISS)</p>	<p>Exercício onde são dados um sólido e um plano que o intersecta e é solicitado o reconhecimento da figura formada na interseção. Ou, reciprocamente, são dadas as interseções do sólido por planos e é solicitado que se identifique o mesmo.</p>	<p>Desenhe a forma do corte transversal que resultará da interseção do plano de corte indicado com o sólido geométrico.</p>	 <p>Fonte: Cohen e Hegarty (2008, p. 1).</p>

Fonte: Adaptado de MATHIAS e SIMAS (2021, p. 7-9).

Observa-se que a pesquisa de Mathias e Simas (2021) consiste em trazer um olhar para como os livros didáticos têm abordado aspectos ligados à visualização. Gonzato, Fernández e Díaz (2011) também analisaram livros do Ensino Fundamental e Médio. Nessa investigação, perceberam que a maioria das atividades propostas sobre sólidos de revolução concentram-

se no cálculo de volumes e áreas, raramente trabalhando representações planas e a geração desses sólidos a partir de curvas ou figuras bidimensionais.

No ambiente escolar, a pesquisa desenvolvida por Settimy e Bairral (2020) evidenciou a necessidade de implementar mais atividades com foco na visualização e na representação espacial. Os autores enfatizam que a visualização é uma habilidade importante do pensamento matemático e, por ser um processo individual, que não é inato, precisa ser ensinada. Ainda Silva, Joly e Prieto (2011, p. 65), ao investigarem as relações entre habilidades espaciais e desempenho no Ensino Médio, concluem que os resultados obtidos justificam as diretrizes nacionais no sentido de que as HVE devem ser desenvolvidas já no Ensino Fundamental, como forma de preparação para a resolução de problemas práticos.

Quanto aos livros didáticos, o guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) da disciplina de Matemática enfatiza a importância das HVE

Observa-se, geralmente, pouca exploração da capacidade de visualização, tão necessária em estudos posteriores e em muitas profissões, como as ligadas à mecânica, à arquitetura e às artes. Aqui, a apresentação de vistas de sólidos mais complexos do que os estudados no ensino fundamental seria uma ótima oportunidade para exercitar as capacidades de visualização espacial dos alunos. O ensino médio usual não tem contribuído de modo desejável para o aperfeiçoamento das habilidades de desenho e de visualização de objetos geométricos. Nesse sentido, seria importante explorar diferentes perspectivas, projeções, cortes, planificações, entre outros recursos de representação dos objetos (BRASIL, 2014, p. 99).

Entretanto, apesar de tal recomendação realizada no PNLD, Mathias e Simas (2021), ao analisar os exercícios de livros didáticos do Ensino Médio de Matemática que demandam HVE para sua resolução, concluíram que, em geral, existe uma valorização excessiva dos cálculos de área e volume, em detrimento de exercícios que privilegiam o raciocínio espacial.

Nesse sentido, propomos fazer uma análise similar à feita por Mathias e Simas (2021), porém, tendo foco nos materiais destinados ao 9º ano do Ensino Fundamental, apoiados na habilidade EF09MA17, ou seja, “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva” (BRASIL, 2018, p. 315), presente na BNCC.

Materiais e métodos

O presente manuscrito tem por objetivo analisar a forma como os exercícios presentes em livros didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental requerem HVE para serem solucionados. Para tal, utilizamos as ações em tarefas de HVE que foram categorizadas por Mathias e Simas (2021) como critérios para analisar exercícios de Geometria Espacial.

Nesse sentido, este artigo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, visto que, segundo Gil (2017)

A pesquisa bibliográfica é elaborada com base em material já publicado. Tradicionalmente, esta modalidade de pesquisa inclui material impresso, como livros, revistas, jornais, teses, dissertações e anais de eventos científicos. Todavia, em virtude da disseminação de novos formatos de informação, estas pesquisas passaram a incluir outros tipos de fontes, como

discos, fitas magnéticas, CDs, bem como o material disponibilizado pela Internet. (GIL, 2017, p. 27).

Além disso, em relação à abordagem utilizada neste estudo, pode-se caracterizá-la como quali quantitativa. De acordo com Creswell (2007), a pesquisa quali quantitativa, também conhecida como de métodos mistos, é aquela que combina aspectos qualitativos e quantitativos.

Sendo assim, foram selecionados os cinco livros de 9º ano mais vendidos e aprovados pelo PNLD do ano de 2020, os quais foram identificados, por maior número de vendas, como L1, L2, L3, L4 e L5, conforme esquematizado no Quadro 2.

Quadro 2: identificação dos livros didáticos selecionados.

Identificação	Título	Editora	Autoria
L1	A Conquista da Matemática	FTD	José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci
L2	Teláris: Matemática	Ática	Luiz Roberto Dante
L3	Matemática Bianchini	Moderna	Edwaldo Bianchini
L4	Araribá mais: Matemática	Moderna	Mara Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva
L5	Matemática e Realidade	Atual	Gelson Iezzi, Antonio Machado e Osvaldo Dolce

Fonte: elaborado pelos autores.

A partir da seleção, os materiais tiveram seus exercícios de Geometria Espacial quantificados e analisados de acordo com as ações de visualização descritas em Mathias e Simas (2021).

Resultados

O Quadro 3 apresenta o quantitativo de exercícios de Geometria Espacial que desenvolvem a habilidade EF09MA17 da BNCC e atendem às ações de visualização.

Quadro 3: número de tarefas de visualização em exercícios dos livros.

Ação	L1	L2	L3	L4	L5
Coordenar e Integrar Visualizações de Objetos (CIV)	06	11	01	10	01
Girar um Sólido (GS)	-	-	-	-	-
Gerar Sólidos de Revolução (GSR)	-	-	-	-	-
Desenvolver uma Superfície (DS)	01	01	-	02	-
Compor e Decompor um Sólido em Partes (CDS)	-	01	-	01	-
Identificar as Seções de um Sólido Relacionadas a Certos Cortes (ISS)	-	-	-	01	-
Soma/total de exercícios de Geometria Espacial	07/10	12/32	01/01	13/38	01/13

Fonte: dados de Pesquisa.

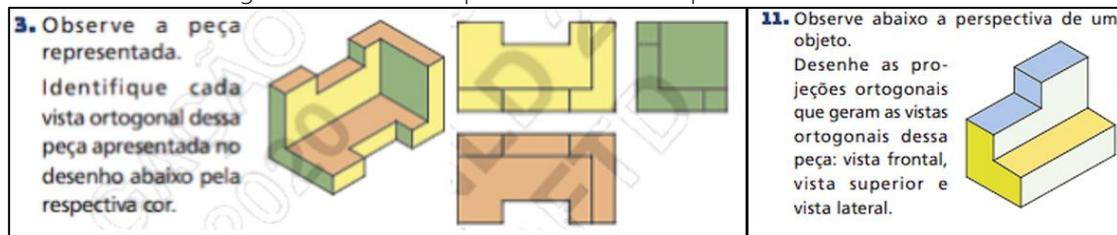
Em um primeiro momento, é importante destacar que o L3 apresenta apenas um exercício de Geometria Espacial, sem ao menos dedicar um capítulo a esse tema. Logo, o livro não visa ao desenvolvimento amplo da habilidade EF09MA17. De forma similar, o L5 também não traz uma seção própria para essa área do conhecimento matemático, apresentando

apenas alguns exercícios de Geometria Espacial condensados no capítulo dedicado à Geometria Plana. As obras L1 e L4 apresentam o capítulo de Geometria Espacial ao fim do livro, enquanto o livro L2 traz o capítulo próximo à metade do livro.

Percebemos que a ação de Coordenar e Integrar Visualizações de Objetos (CIV) foi a mais trabalhada nos exercícios catalogados, sendo a única apresentada em todos os livros. Isso é esperado, visto que essa ação se refere a tarefas que “dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas” (MATHIAS e SIMAS, 2021, p. 7) e relaciona-se diretamente com a EF09MA17, que visa a “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva” (BRASIL, 2018, p. 315).

O L1 apresenta seis exercícios que demandam a ação referida para serem desenvolvidos, quatro dos quais têm foco total em explorar as vistas ortogonais de um sólido. Podemos destacar dois exemplos presentes em L1, como ilustra a Figura 1.

Figura 1 – exercícios apresentados em L1 que demandam CIV.



Fonte: GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 241; 245.

No primeiro deles (exercício 3), é apresentada uma peça e suas vistas ortogonais e é requerido que o aluno identifique que vistas são essas, de modo a exercitar a habilidade de reconhecê-las em um sólido (MATHIAS e SIMAS, 2021). No segundo (exercício 11), é dado um sólido, e pede-se que o estudante desenhe suas projeções ortogonais. Esse tipo de tarefa poderá desenvolver no aluno a habilidade de representar manualmente figuras geométricas a partir da imaginação (LEIVAS, 2009), dada a importância do desenho e das representações visuais na construção do pensamento geométrico e a eficiência desse recurso na aprendizagem (HÖFFLER e LEUTNER, 2007).

No L2, assim como no L4, é apresentada uma seção dedicada às projeções ortogonais, com textos, figuras e exercícios direcionados ao tema. Dessa forma, esses são os dois livros que mais apresentaram tarefas que demandam CIV, e que contemplam de forma mais completa a habilidade EF09MA17 da BNCC (BRASIL, 2018). No L2 podemos dar destaque a dois exercícios que dizem respeito a ela, por solicitarem ao aluno que desenhe as vistas ortogonais de sólidos (MATHIAS e SIMAS, 2021), conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2 – exercícios apresentados em L2 que demandam CIV.



Fonte: DANTE, 2018, p. 168.

Essas tarefas, por exercitarem a habilidade de desenho dos alunos, também podem ser úteis para desenvolver a coordenação visual motora. Essa aptidão é definida por Del Grande

(1994), que também descreve atividades que permitem ao aluno entender noções iniciais de orientação.

O L3, ao longo de toda a sua extensão, apresenta apenas uma tarefa de Geometria Espacial, que se refere à habilidade EF09MA17 da BNCC (BRASIL, 2018) e demanda a ação CIV na sua resolução. O exercício apresenta seis rádios e solicita que o aluno identifique suas vistas superior e lateral, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3 – exercício apresentado em L3 que contempla a habilidade CIV.

2 (Saresp) A figura indica seis rádios e o desenho de suas vistas superior e lateral.

A tabela correta que relaciona cada rádio com suas vistas é: **alternativa c**

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	B	L
2	E	J
3	A	K
4	C	G
5	F	H
6	D	I

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	D	I
2	C	L
3	F	H
4	E	G
5	A	J
6	B	K

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	F	L
2	E	J
3	A	H
4	C	I
5	D	G
6	B	K

Fonte: BIANCHINI, 2018, p. 186.

Embora essa tarefa demande que o aluno relacione a representação plana de um objeto com suas vistas ortogonais (MATHIAS e SIMAS, 2021), ela não explora amplamente a ação CIV. Além disso, a apresentação das alternativas por meio de tabelas pode ser confusa para os alunos. Como essa é a única tarefa de Geometria Espacial, assim como a única que demanda HVE na sua resolução, entende-se que o L3 não se preocupa em desenvolver essas habilidades, aparentando incluir essa tarefa apenas para cumprir as normativas da BNCC (BRASIL, 2018).

Dentre as tarefas que demandam a ação CIV no L4, daremos destaque a uma delas, ilustrada na Figura 4, que apresenta três vistas ortogonais de um sólido e solicita, no primeiro item, que o aluno identifique qual sólido geométrico está sendo representado por estas vistas, realizando o ato de coordenar visualizações de um objeto (MATHIAS e SIMAS, 2021).

Figura 4 – exercício apresentado em L4 que se refere à ação CIV.

3 Observe as vistas ortogonais abaixo.

a) a um prisma de base triangular

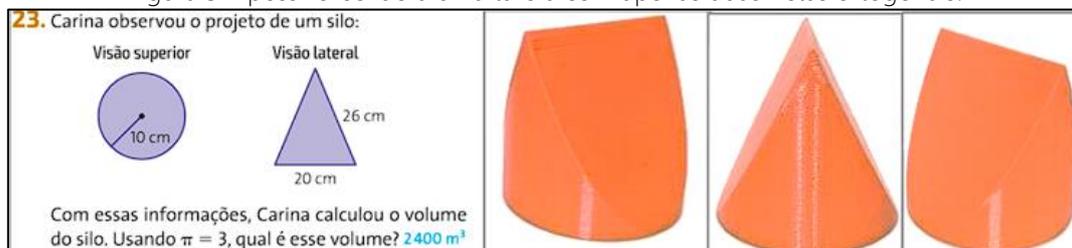
a) A que figura geométrica não plana correspondem essas vistas ortogonais?
 b) A resposta que você deu ao item a mudaria se fosse apresentada mais uma vista ortogonal da figura? E se fossem apresentadas apenas duas vistas ortogonais dessa figura? Converse com os colegas sobre essas questões.

Fonte: GAY e SILVA, 2018, p. 239.

No segundo item, é fomentada a discussão sobre o que aconteceria com o sólido se fossem apresentadas mais ou menos vistas. Esse tipo de tarefa conversa com um exercício destacado por Mathias e Simas (2021), em que os autores discutem uma atividade na qual são fornecidas duas vistas de um sólido, e o livro analisado apresenta apenas uma resposta

correta, na qual se chama a atenção para o fato de que um outro sólido pode ser representado por aquelas mesmas vistas, como ilustra a Figura 5.

Figura 5 – possível sólido a uma tarefa com apenas duas vistas ortogonais.

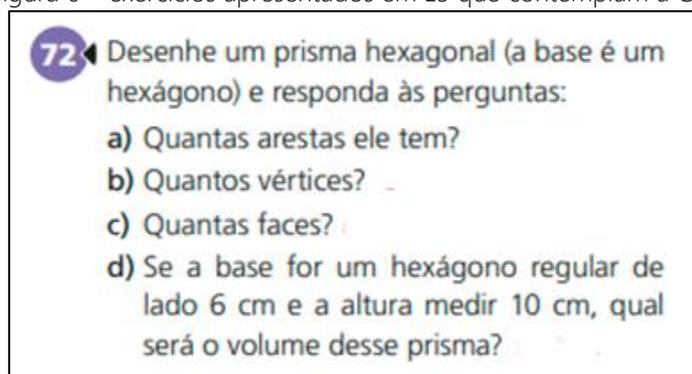


Fonte: Adaptado de MATHIAS e SIMAS, 2021, p. 12.

Dessa forma, destaca-se como esse exercício do L4 possibilita aos alunos perceberem que são necessárias apenas três vistas ortogonais para determinar um sólido tridimensional e que, dadas em menor número, mais de uma resposta pode ser obtida.

Assim como o L3, o L5 apresenta apenas um exercício que demanda HVE na sua resolução, e este contempla a ação CIV, solicitando que o aluno desenhe um sólido, apresente suas características e calcule o volume, como ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – exercícios apresentados em L5 que contemplam a CIV.



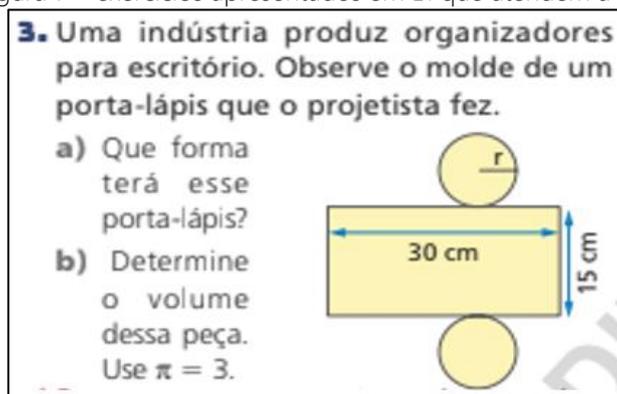
Fonte: IEZZI, DOLCE e MACHADO, 2018, p. 286.

Embora, nesse exemplo, o objetivo final seja o cálculo do volume do sólido, a primeira etapa de resolução é trazer a representação plana (MATHIAS e SIMAS, 2021) de sua formação via imagem mental para o papel. Esse ato de imaginá-lo é um dos pilares da visualização espacial (LEIVAS, 2009; PITTALIS e CHRISTOU, 2010).

A ação de Desenvolver uma Superfície (DS) foi a segunda mais atendida dentre as tarefas presentes nos livros selecionados. Ainda assim, essa ação ocorre em apenas três deles, com exercícios que dependem da planificação de um sólido para compreendê-los e resolvê-los. Em geral, as atividades propostas nos materiais são bem similares.

No L1 temos um exercício que desenvolve a planificação de sólidos, abrangendo a ação DS (MATHIAS e SIMAS, 2021). Conforme ilustra a Figura 7, o L1 apresenta um exercício em que é dada a planificação de um sólido, e é solicitado que o aluno reconheça seu formato quando fechado. Esse dado é usado no segundo item para calcular o volume do sólido, que, no caso, é um cilindro reto.

Figura 7 – exercícios apresentados em L1 que atendem a DS.

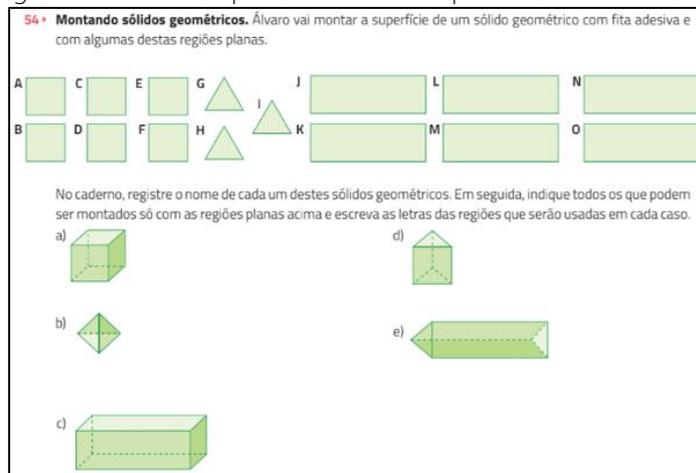


Fonte: GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018, p. 245.

Ressalta-se que muitos exercícios presentes nos LD que são objeto desta pesquisa apresentam a Geometria Espacial abordando apenas o cálculo de área e volumes, algo que também foi constatado em Mathias e Simas (2021), no âmbito do Ensino Médio. Entretanto, em particular, a tarefa apresentada em L1 é um exemplo eficaz de atividade que, além de exercitar o cálculo, também desenvolve uma HVE.

O L2 apresenta apenas um exercício com planificação de sólidos (Figura 8), em que é solicitado ao aluno que primeiro identifique o sólido geométrico e, a partir da sua planificação, reconheça quais das figuras geométricas apresentadas são necessárias para representar o sólido planificado.

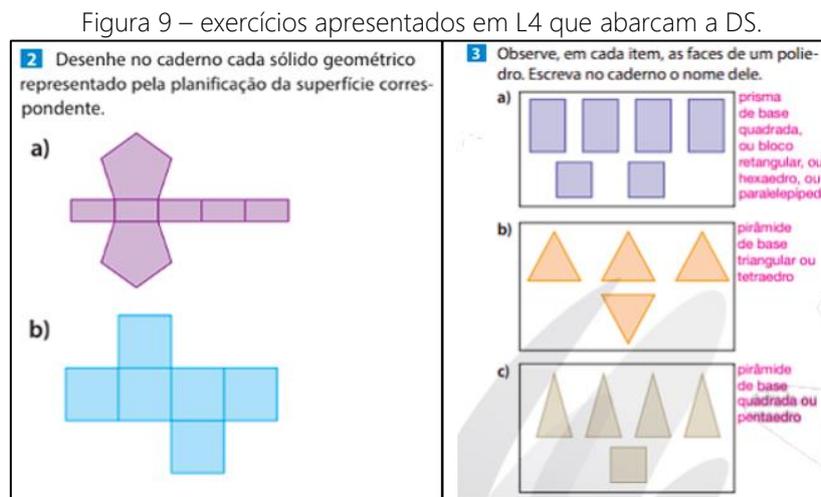
Figura 8 – exercício apresentado em L2 que envolve a DS e CDS.



Fonte: DANTE, 2018, p. 169.

Embora essa tarefa trabalhe com a ação DS, ela também tem foco em compor um sólido a partir de figuras planas, abrangendo também a ação CDS (MATHIAS e SIMAS, 2021). Dessa forma, essa atividade é um interessante exemplo que demanda mais de uma ação de visualização.

Em L4, são apresentados diversos exercícios em que é dada a planificação de um sólido, entretanto, quase todos eles objetivam apenas o cálculo de áreas e volumes e não exploram as planificações e suas propriedades. Assim, apenas duas tarefas do L4 de fato demandam a ação DS em sua resolução (MATHIAS e SIMAS, 2021), conforme ilustra a Figura 9.

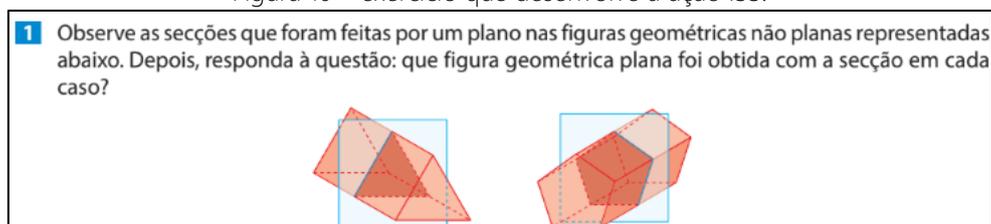


Fonte: GAY e SILVA, 2018, p. 235; 257.

O primeiro deles consiste em identificar o sólido planificado, enquanto o segundo requer que o aluno aponte qual sólido pode ser formado pela planificação. Percebe-se que ambos os exercícios demandam certo esforço mental para imaginar esses sólidos sendo formados pela planificação (LEIVAS, 2009; PITTALIS e CHRISTOU, 2010). Além disso, destaca-se que o segundo exercício também exige que o aluno componha as faces do objeto, para então fechá-lo como um sólido, demandando também a ação CDS (MATHIAS e SIMAS, 2021).

O único livro que apresentou algum exercício que contempla a ação ISS foi o L4, e, ainda assim, com apenas uma atividade, ilustrada na Figura 10. O exercício apresenta um sólido e um plano que o intersecta, propondo que o aluno identifique a figura plana formada por essa secção, o que é totalmente condizente com a definição de Mathias e Simas (2021).

Figura 10 – exercício que desenvolve a ação ISS.



Fonte: GAY e SILVA, 2018, p. 235.

Ressalta-se que a baixíssima ocorrência da demanda dessa ação nos LD revela um falho desenvolvimento das HVE por parte desses materiais, dada a importância de reconhecer cortes e intersecções em áreas além da Matemática (ROCHFORD, 1985; KALI e ORION, 1996; COHEN e HEGARTY, 2018).

Assim como em Mathias e Simas (2021), a ação GS não foi contemplada em nenhum exercício dentre os livros selecionados, revelando que não há propostas de manipulação mental de sólidos nesses materiais. Investigações como a de Buckley, Seery e Canty (2018) discutem que atividades desse tipo, na maioria das vezes, “não oferecem alta demanda cognitiva e estudos sobre o tema tipicamente são aplicados em crianças” (Ibid, p. 963). Dessa forma, entende-se que esses materiais talvez não desenvolvam GS por serem destinados a alunos a partir dos 14 anos.

A GSR também não foi apresentada em nenhum livro, indicando que também não há suporte ao estudo de sólidos de revolução por parte desses materiais didáticos, não se desenvolvendo aptidões como a rotação mental (MAIER, 1996; BLANCO, DIEGO-MANTECÓN e SEQUEIROS, 2019). Entretanto, alguns dos LD apresentam exercícios com o cálculo de área e volume de cones e cilindros. Essas tarefas possibilitam sua adaptação de modo a desenvolver a ação GSR (MATHIAS e SIMAS, 2021), como o exercício do L4 (Figura 11), que poderia partir do giro de retângulos para apresentar os cilindros e seguir com a mesma proposta de atividade.

Figura 11 – exercício de L4 que poderia ser adaptado para desenvolver a ação GSR.



Fonte: GAY e SILVA, 2018, p. 252.

Percebemos que, em relação ao quantitativo de tarefas de Geometria Espacial nos LD, o número dos que desenvolvem HVE é considerável, entretanto, a distribuição não foi suficiente para desenvolver todas as ações de visualização definidas por Mathias e Simas (2021). Nota-se que os LD que elaboram a habilidade EF09MA17 da BNCC (BRASIL, 2018) deram foco às projeções ortogonais exigidas na ação CIV, mas não se detiveram a desenvolver as demais de forma ampla.

Também é válido ressaltar que há muitos exercícios de Geometria Espacial focados apenas em cálculos de área e volume, em especial em L2 e L4, e isso ocorre porque esses dois livros são os que mais apresentam tarefas de Geometria Espacial. Entretanto, essas obras poderiam aproveitar esse quantitativo expressivo de exercícios para adaptá-los de modo que, além de desenvolver cálculo, também pudessem servir para desenvolver as HVE, atendendo à necessidade de implementação de mais atividades para exercitar a visualização espacial, como evidenciado por Settimy e Bairral (2020).

Considerações finais

Nos últimos anos, o debate em torno da contribuição das HVE para o ensino de Matemática tem ganhado destaque (ABRAHAMSON, 2014). Pesquisadores discutem se as representações visuais podem ser usadas não apenas como auxiliar de uma prova, mas como parte da justificativa matemática (HANNA; SIDOLI, 2007). Entende-se que as HVE podem desempenhar diversos papéis na aprendizagem e no ensino de Matemática, e suas limitações estão sendo cada vez mais investigadas (ARCAVI, 2003; LEIVAS, 2009; GIAQUINTO, 2007; PRESMEG, 2006; LOWRIE, LOGAN e RAMFUL, 2017). Além disso, a BNCC destaca a importância das HVE para o desenvolvimento intelectual que integra conhecimentos em diversas áreas, como Matemática, Ciência, Arte e Literatura (BRASIL, 2018). Diante disso, é importante avaliar os materiais didáticos utilizados nas escolas, para garantir que as HVE sejam abordadas adequadamente.

Os LD têm a função de orientar os professores na preparação das aulas, sendo uma fonte de pesquisa sobre o ensino a ser desenvolvido (KLUPPEL, 2012). Dessa forma, a BNCC apresenta uma habilidade que se relaciona com as HVE e que tem seu desenvolvimento previsto para o 9º ano, que é reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva (BRASIL, 2018). Portanto, entende-se que é fundamental que os LD utilizados nas escolas considerem o desenvolvimento das HVE para garantir que os alunos tenham uma formação adequada em Matemática e em outras áreas que exigem essas habilidades.

Diante desse cenário, este artigo teve como objetivo analisar como os exercícios presentes em LD de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental requerem HVE para serem solucionados. Dessa forma, utilizamos a categorização de ações que requerem HVE, realizadas por Mathias e Simas (2021), para analisar os cinco livros mais vendidos, aprovados pelo PNLD 2020.

Durante a análise dos livros, notamos que dois deles (L3 e L5) seguem de forma superficial a orientação da BNCC de desenvolver a habilidade EF09MA17, ao trazerem apenas uma tarefa que atende a essa normativa, além de mal trabalharem a Geometria Espacial. Enquanto isso, os demais livros apresentaram um número considerável de exercícios que demandam HVE em relação às tarefas voltadas para a Geometria Espacial, entretanto, esse quantitativo não foi suficiente para elaborar todas as ações elencadas nesta pesquisa, como é o caso da GS e GSR. Os resultados também revelam que a ação CIV foi a mais presente dentre os exercícios, algo esperado, já que a habilidade descrita na BNCC diz respeito diretamente a essa ação.

Além disso, percebe-se que alguns livros deram foco ao cálculo de áreas e volumes e não contemplaram de forma ampla as demais ações, como fizeram com a CIV. Dessa forma, este trabalho evidencia esse fato e propõe que os professores que utilizam esses livros aproveitem as tarefas para adaptá-las de modo que estas possam desenvolver as demais ações de visualização, atendendo à demanda de mais atividades que desenvolvam as HVE, conforme explicitado por Settimy e Bairral (2020).

Dada a relevância e importância das HVE, esperamos que este trabalho possa contribuir para discussões na área, bem como evidenciar como elas são apresentadas nos livros didáticos do Ensino Fundamental. Além disso, a notável presença da visualização espacial ressalta a importância de desenvolver essas habilidades também na formação de professores – visto que estes precisarão exercitá-las com seus futuros alunos – assim como de estes terem subsídios para avaliar os LD e materiais para utilizar em seu trabalho docente.

Referências

- ABRAHAMSON, D. et al. Coordinating visualizations of polysemous action: Values added for grounding proportion. *ZDM*, v. 46, n. 1, p. 79-93, 2014.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, n. 52, p. 215-241, 2003.
- BETTIN, A. D. H.; LEIVAS, J. C. P., MATHIAS, C. V. Uma conexão geométrica: imagens mentais, visualização e registros matemáticos. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 16, n. 36, p. 114-127, 2020.

BLANCO, T. F., DIEGO-MANTECÓN, J. M., SEQUEIROS, P. G. Procesos de Visualización en una Tarea de Generación y Representación de Cuerpos de Revolución. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 33, n. 64, p. 768-789, 2019.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 25 jul. 2022.

BRASIL. *Guia de livros didáticos: PNLD 2015: matemática: ensino médio*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 108p, 2014.

BUCKLEY, J., SEERY, N., CANTY, D. A heuristic framework of spatial ability: A review and synthesis of spatial factor literature to support its translation into STEM education. *Educational Psychology Review*, v. 30, n. 3, p. 947-972, 2018.

COHEN, C. A., HEGARTY, M. Spatial visualization training using interactive animation. In: *Conference on Research and Training in Spatial Intelligence*. Sponsored by National Science Foundation, Evanston, IL. 2008.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. 3ª Ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DANTE, L. R. *Teláris matemática, 9º ano: ensino fundamental, anos finais*. 3ª edição: São Paulo, Editora Ática, 2018.

DEL GRANDE, J. J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando Geometria*. Editora Atual, São Paulo, p. 156-167, 1994.

GAY, M. R. G., SILVA, W. R. *Araribá mais: matemática, 9º ano*. Matemática, 1ª edição: São Paulo, Moderna, 2018.

GIAQUINTO, M. et al. *Visual thinking in mathematics*. Oxford University Press, 2007.

GIL, A. C. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa*, 6ª edição. Grupo GEN, 2017.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R., CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais*. 4ª edição: São Paulo, Editora FTD, 2018.

GONZATO, M.; FERNÁNDEZ, M.; DÍAZ, J. J. Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, v. 77, p. 99-117, 2011.

GORGORIÓ, N. Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, v. 35, n. 3, p. 207-231, 1998.

GUILLÉN, G., GONZÁLEZ, E., GARCÍA, M.A. Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. In: GONZÁLEZ, M. J., GONZÁLEZ, M. T., MURILLO, J. (Eds.). *Investigación en educación matemática XIII*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, p. 247-258, 2009.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In: *Search of a Framework*. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso em: 25 jul. 2022.

- HANNA, G., SIDOLI, N. Visualization and proof: a brief survey of philosophical perspectives. *ZDM*, v. 39, n. 1-2, p. 73-78, 2007.
- HÖFFLER, T. N., LEUTNER, D. Instructional animation versus static pictures: A meta-analysis. *Learning and instruction*, v. 17, n. 6, p. 722-738, 2007.
- IEZZI, G., DOLCE, O., MACHADO, A. *Matemática e realidade, 9º ano*. 9ª edição: São Paulo, Atual Editora, 2018.
- KALI, Y., ORION, N. Spatial abilities of high-school students in the perception of geologic structures. *Journal of Research in Science Teaching*: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching, v. 33, n. 4, p. 369-391, 1996.
- KLUPPEL, G. T. *Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos a luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval*. 2012. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.
- LAPPAN, G., PHILLIPS, E. A., WINTER, M. J. Activities: Spatial Visualization. *The Mathematics Teacher*, v. 77, n. 8, p. 618-623, 1984.
- LEIVAS, J. C. P. *Imaginação, intuição e visualização: a riqueza da possibilidade da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.
- LOWRIE, T., LOGAN, T., RAMFUL, A. Visuospatial training improves elementary students' mathematics performance. *British Journal of Educational Psychology*, v. 87, n. 2, p. 170-186, 2017.
- MAIER, P. H. Spatial geometry and spatial ability—How to make solid geometry solid. In: *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics*. p. 63-75. 1996.
- MATHIAS, C. V., SIMAS, F. L. B. Tarefas de Visualização em Exercícios de Geometria Espacial. *Educação Matemática em Revista-RS*, v. 2, n. 22, 2021.
- PITTALIS, M.; CHRISTOU, C. Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in mathematics*, v. 75, n. 2, p. 191-212, 2010.
- PRESMEG, N. Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics. *ZDM*, v. 46, n. 1, p. 151-157, 2014.
- ROCHFORD, K. Spatial learning disabilities and underachievement among university anatomy students. *Medical Education*, v. 19, n. 1, p. 13-26, 1985.
- SILVA, D. V., JOLY, M. C. R. A., PRIETO, G. Relação entre habilidades espaciais e desempenho no ensino médio. *Revista Polis e Psique*, v. 1, n. 1, p. 61, 2011.