

Classes de equivalência e regras: Efeitos na resolução de operações aritméticas com decimais

Equivalence classes and rules: Effects on solving arithmetic operations with decimals

 MARIA ADÉLIA DO NASCIMENTO FILHA¹

 RAQUEL MARIA MELO¹

¹ UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Resumo

Foi avaliado o efeito do ensino de regras sobre o desempenho de resolver problemas escritos de adição e subtração, com decimais e a incógnita nas posições *a*, *b* e *c*, após a formação de classes de equivalência com diferentes representações das operações (com figuras, com numerais e problemas escritos). Os participantes foram cinco crianças (10-12 anos) do 5º ano do Ensino Fundamental que apresentaram escores inferiores a 70% de acerto no Pré-Teste Geral (tarefa de lápis e papel) que avaliava a resolução de problemas em três formatos diferentes. Nas duas unidades do Programa de Ensino foram realizados treinos de discriminações condicionais entre operações com figuras e com numerais ou com problemas escritos, testes de classes de equivalência, e treino de regras de resolução de problemas escritos. No Pós-Teste Geral foi verificado aumento dos escores na resolução dos problemas de adição e subtração, nos três formatos e com as três posições da incógnita. Os erros verificados na etapa de transformação sugerem a necessidade de subdividir o ensino das regras de resolução de problemas com dezenas, reagrupamento, e alteração da posição da incógnita. O Programa de Ensino, baseado na equivalência de estímulos, amplia as possibilidades de uso para o ensino de operações matemáticas com decimais e apresenta potencial para ser adaptado para o contexto escolar.

Palavras-chave: equivalência de estímulos; treino de regras de resolução; decimais; adição; subtração.

Abstract

The effect of teaching rules on the performance of solving written addition and subtraction problems, with decimals and the unknown in positions *a*, *b* and *c*, was evaluated after the formation of equivalence classes with different representations of operations (with figures, with numerals and written problems). The participants were five children (10-12 years old) from the 5th year of Elementary School who had scores below 70% in the General Pre-Test (pencil and paper task) that evaluated problem solving in three different formats. In both units of the Teaching Program, training was carried out on conditional discrimination between operations with figures and numerals or with written problems, tests of equivalence classes, and training of rules for solving written problems. In the General Post-Test, an increase in scores was observed in solving the addition and subtraction problems, in the three formats and with the three positions of the unknown. The errors verified in the transformation stage suggest the need to subdivide the teaching of the rules for solving problems with tens, regrouping, and changing the position of the unknown. The Teaching Program, based on the equivalence of stimuli, expands the possibilities of use for teaching mathematical operations with decimals and has the potential to be adapted to the school context.

Keywords: stimulus equivalence; resolution rules training; decimals; addition; subtraction.

Financiamento: Bolsa de Mestrado do CNPq da primeira autora. Pesquisa desenvolvida no Laboratório de Aprendizagem do Departamento de Processos Psicológicos Básicos da UNB, sob o escopo do INCT-ECCE, 2014. Processos FAPESP 2014/50909-8; CNPq 465686/2014-1; CAPES 88887.136407/2017-00, com vigência de 01/01/2017 a 31/01/2023).

 melo.rm@gmail.com

DOI: [HTTP://DX.DOI.ORG/10.18542/REBAC.v18i2.13630](http://dx.doi.org/10.18542/REBAC.v18i2.13630)

A matemática, do ponto de vista de sua relevância, é utilizada em diversas áreas do conhecimento, tais como engenharia, medicina e economia, além de ser uma ferramenta para a resolução de situações problemas do nosso cotidiano (e.g., fazer compras, identificar mudanças de temperatura, calcular peso e distâncias). Entretanto, pesquisas apontam que muitos estudantes apresentam uma certa desmotivação em relação a disciplina de matemática e, até mesmo, aversão, o que constitui uma barreira para o aprendizado (Carmo, 2010). Adicionalmente, podem ocorrer reações emocionais negativas diante de atividades que requerem habilidades matemáticas, as quais estão diretamente relacionadas com experiências inadequadas de ensino (e.g., uso de controle aversivo, regras e metodologias pouco efetivas) e que comprometem o processo de ensino-aprendizado (Carmo & Simionato, 2012).

Na Educação Básica, desde os anos iniciais, um dos desafios é a busca por procedimentos de ensino que tornem a resolução de problemas efetiva em diversos contextos. Nas escolas, a matemática se apresenta de forma compartimentada em conjuntos numéricos (e.g., naturais, inteiros, racionais) com seus cálculos e regras de resolução de problemas específicos. Entretanto, no cotidiano a matemática é utilizada na soma e/ou subtração de objetos (e.g., $3 + 2$ ou $3 - 2$) com números naturais, assim como no preço de compras no mercado (e.g., $3,4 + 2,1$ ou $3,4 - 2,1$), com o uso de números decimais, que apesar de possuírem regras específicas dentro dos conjuntos numéricos, os processos das operações aritméticas são semelhantes.

De acordo a Análise do Comportamento, o comportamento matemático é considerado uma subdivisão do comportamento verbal, uma vez que possui vocabulário aritmético, sintaxe e outras funções específicas (e.g., Rossit & Ferreira, 2003; Skinner, 1968/1972). No ensino de resolução de operações aritméticas no formato escrito, por exemplo, é necessário ensinar o estudante a discriminar as variáveis relevantes (os números, as posições, os sinais) e a correspondência ou as relações condicionais entre a língua portuguesa e a linguagem matemática, que envolvem montar um problema com numerais a partir de um problema escrito, relacionar termos tais como ganhou e perdeu com operações de adição e de subtração (e.g., Haydu et al., 2006). Adicionalmente, estudos mostram que a utilização de dicas visuais para identificar aspectos relevantes (Neef et al., 2003; Verneque, 2011) e o ensino explícito de regras de resolução de operações (Araújo, 2020; Henklain & Carmo, 2013a, 2013b) favorecem a resolução de problemas.

Pesquisas que utilizaram o referencial da equivalência de estímulos têm contribuído para a compreensão de variáveis que afetam a aquisição de habilidades matemáticas. Podem ser citados como exemplos estudos que descreveram e analisaram a aquisição do conceito de número e habilidades pré-aritméticas (e.g., Donini, 2005; Prado & de Rose, 1999), operações básicas (e.g., Araújo [Gualberto] & Ferreira, 2008; Haydu et al., 2006; Henklain & Carmo, 2013a, 2013b), manejo de dinheiro (Rossit & Ferreira, 2003), frações (e.g., Lynch & Cuvo, 1995; Santos et al., 2009; Verneque, 2011), e problemas com estruturas semântica e posições da incógnita diferentes (e.g., Hiebert, 1982; lêgas & Haydu, 2015).

De maneira geral, os estudos sobre equivalência de estímulos envolvem o ensino de relações condicionais entre estímulos (e.g., problemas com numerais e representações por figuras ou quantidades e representações por figuras e problemas escritos) a partir do procedimento de pareamento ao modelo (do inglês, *matching to sample*). De acordo com este procedimento, diante da apresentação de um estímulo modelo o participante escolhe, dentre dois ou mais estímulos de comparação, aquele que corresponde ao modelo, sendo que a cada modelo muda o estímulo de comparação definido como correto. Posteriormente, é verificada a formação de classes de equivalência a partir da demonstração de relações emergentes, ou que não foram diretamente ensinadas, que atendem às propriedades de reflexividade, simetria, transitividade e equivalência, em analogia ao modelo matemático da teoria dos conjuntos (Haydu et al., 2006; Sidman & Tailby, 1982).

Lynch e Cuvo (1995) utilizaram o procedimento de pareamento ao modelo para treinar relações entre números fracionários proporcionais (e.g., $1/5$) e representações de frações por meio de figuras e entre figuras e números decimais (e.g., 0,5). Posteriormente, foram avaliadas as relações de simetria (figuras - frações; decimais - figuras) e transitividade (frações - decimais) e simetria da transitividade (decimais - frações). A emergência de tais relações, não ensinadas, para todos os participantes com idades entre 11 e 13, demonstrou que cada fração, sua representação no formato de figura e o decimal correspondente formavam uma classe de equivalência. Também foram realizados testes com estímulos novos (frações e decimais) apresentados em tarefas com o uso de lápis e papel, similares as realizadas no contexto escolar, e no computador. Entretanto, tais testes mostraram generalização parcial para alguns participantes.

Haydu et al. (2006) investigou o efeito do ensino de relações condicionais e da formação de classes de equivalência, compostas por três formas de apresentação dos problemas, no comportamento de resolver operações de adição. Participaram do estudo sete crianças (6 e 7 anos) da primeira série do Ensino Fundamental. Inicialmente, as crianças realizaram um Pré-Teste, no formato de tarefa de lápis e papel, com 45 problemas de adição (15 no formato

de operação numérica, 15 problemas escritos ou sentenças linguísticas, e 15 na forma de balança), com a incógnita nas posições a, b e c ($\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$). Posteriormente, os participantes foram expostos ao programa de ensino, executado com o uso de material impresso apresentado em pastas-catálogo. Foram ensinadas discriminações condicionais entre operações no formato de balança e problemas com numerais (treino AB) e entre operações no formato de balança e problemas escritos (treino AC). Foram testadas as relações de simetria (BA e CA) e transitividade/equivalência (BC e CB). Foi verificado que seis dos sete participantes formaram classes de equivalência. Com relação a posição da incógnita, no Pré-Teste escores mais altos ocorreram para a posição c e mais erros com os problemas escritos. Após a exposição ao programa de ensino houve melhora na resolução de problemas nas posições a e b nos três formatos de apresentação dos problemas.

Henklain e Carmo (2013a) investigaram o efeito da formação de classes de equivalência com quatro tipos de problemas aditivos: formato de balança (A), com numerais (B), conjuntos de figuras (C) e problemas escritos (D), com incógnita nas posições a, b e c, assim como o efeito do ensino do algoritmo no comportamento de resolver problemas de adição ($a + b = c$) e de subtração ($a - b = c$). Participaram do estudo oito crianças do Ensino Fundamental com dificuldade em resolução de problemas. No Pré-Teste, o experimentador instruiu o participante como deveria resolver um problema exemplo e, a seguir, eram apresentados problemas nos quatro formatos (balança, numerais, conjuntos e problemas escritos). Posteriormente, foram realizados treinos de discriminações condicionais (AB, AC e BD), testadas as relações BA, CA, DA, DB, DC, CD, AD, BC e CB e realizado o Pós-Teste 1 de resolução de problemas com as quatro formas de representação. Em seguida, foram realizados os treinos dos algoritmos de adição e subtração, onde o experimentador explicava as regras de resolução de cada operação e apresentava modelos corretos de respostas. Posteriormente, era realizado o Pós-Teste 2 e depois o teste de generalização, que avaliava a resolução de problemas escritos impressos e ditados. Foi verificado que o desempenho dos participantes melhorou na resolução de problemas de adição e subtração, comparando o Pré-Teste e os Pós-Testes de cada etapa de ensino, com maior quantidade de acertos com a incógnita na posição c e mais erros com a incógnita na posição a. Também foi verificada generalização com estímulos novos, o que sugere que o procedimento favoreceu a resolução de problemas de adição e subtração.

Magina et al. (2010) verificou que a estrutura semântica de problemas escritos em diferentes formatos (do mais simples ao mais complexo) afeta a resolução de problemas de adição e subtração. Participaram do estudo estudantes do 2º ao 5º ano. Foi verificado que quanto maior a complexidade entre o enunciado do problema e a operação a ser resolvida menor a porcentagem de acerto, o que confirma a necessidade de incluir procedimentos de ensino no início do aprendizado com instruções mais claras, que especifiquem a operação a ser resolvida (Neef et al., 2003).

A partir do referencial do paradigma de equivalência de estímulos, Araújo (2020) verificou o efeito do ensino de regras (denominado no estudo de treino do algoritmo) na resolução de problemas de adição e subtração, com incógnita em três posições (a, b e c) e em três formatos diferentes. Participaram do estudo quatro crianças com idades entre 7 e 9 anos, que cursavam o 2º e o 3º ano do Ensino Fundamental, e que apresentaram escore inferior a 70% de acerto no Pré-Teste Geral. O Pré-Teste Geral avaliava, em uma tarefa de lápis e papel, a resolução de problemas de adição e de subtração em três formatos (sentença com numeral, conjunto com figuras e problema escrito). Os participantes foram expostos as duas unidades do Programa de Ensino que eram compostas por treinos de discriminação condicional entre operações com conjuntos de figuras e operações com numerais ou com problemas escritos de adição e de subtração, com a incógnita em três posições (a, b e c). Posteriormente, eram realizados testes para verificar a formação de classes de equivalência com os três tipos de representação para cada operação. Ao final de cada unidade era realizado o treino de regras de resolução de problemas escritos, que ensinava por meio de um procedimento informatizado, as etapas necessárias para resolver os problemas de adição e subtração, seguido do Pós-Teste. Nos Pós-Testes foi verificado que houve aumento na porcentagem de acerto na resolução dos problemas de adição e subtração, nas três posições da incógnita e nos três formatos, com ênfase para a resolução de problemas escritos.

Considerando os estudos previamente descritos que envolveram operações de adição e subtração, verifica-se que os procedimentos que utilizam o referencial da equivalência de estímulos favorecem a aprendizagem de comportamentos matemáticos, o que foi evidenciado pelo desempenho em tarefas similares as que são realizadas no contexto escolar. Adicionalmente, Araújo (2020) mostrou que é possível ensinar, por meio de procedimentos informatizados, regras de resolução de problemas escritos, com a incógnita nas posições a, b e c, a partir de etapas graduais até a solução do problema. Tal procedimento permitiu controlar variáveis relacionadas com a interação entre o professor e o estudante, tais como instruções e informações fornecidas sobre acerto e erro. Assim, o estudo de

Araújo (2020) foi replicado com crianças de 10-12 anos, que apresentavam dificuldade na resolução de problemas de adição e subtração com números decimais, sem e com agrupamento de unidades. Para favorecer a compreensão dos problemas escritos com números decimais, um diferencial do presente estudo foi a utilização de figuras que representavam a situação descrita nos problemas, as quais estavam relacionadas com situações do cotidiano, e com unidades de medida (comprimento/altura, temperatura, peso e líquido) e o sistema monetário.

Portanto, o objetivo do presente estudo foi verificar, após treinos de discriminação condicional e verificação da formação de classes de equivalência com operações em diferentes formatos (com figuras, com numerais e problemas escritos), o efeito do ensino de regras na resolução de problemas escritos de adição e subtração, com números decimais e a incógnita em três posições (a, b e c).

Método

Participantes

Participaram do estudo cinco crianças, com desenvolvimento típico, que cursavam o 5º ano do Ensino Fundamental, sendo três da rede particular (Cristina, Helena e Maria - 10 anos) e duas da rede pública de ensino (Ana - 10 anos; e Davi - 12 anos). Nas escolas em que estavam matriculadas, todas as crianças já haviam sido expostas a procedimentos de resolução de problemas com números naturais com até dois dígitos e a incógnita na posição c. Foi utilizado como critério de inclusão, desempenho igual ou superior a 70% de acerto na avaliação de leitura com compreensão e igual ou inferior a 70% no Pré-Teste Geral, que avaliava a resolução de problemas com diferentes formatos (com figuras, com numerais e problemas escritos).

O estudo foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais (CEP/CHS) - CAEE: 26568919.1.0000.5540; Parecer N°: 3.778.050.

Local

A pesquisa foi realizada em dois espaços. Na escola particular foi utilizada a sala da biblioteca, que continha oito prateleiras com livros, dois computadores, duas janelas que permitiam a iluminação e a ventilação natural do ambiente, e três mesas redondas para atividades coletivas. Para a coleta de dados das crianças da escola pública, foi utilizado um escritório na residência da pesquisadora, que continha armários com livros, uma mesa com um computador, uma estante com jogos, (e.g., xadrez, dominó e diversos quebra-cabeças) e uma janela.

Materiais e equipamentos

Foi utilizado um computador com sistema operacional Windows 10 e o software Contingência Programada (Hanna et. al., 2014), para a programação dos procedimentos do estudo. Também foi utilizado o programa Power Point da Microsoft (Office 365 para a plataforma Windows) para a confecção, em formato .pptx, de apresentação de slides para a informatização da tarefa de ensino de regras de resolução de problemas escritos de adição e subtração. Os participantes utilizaram fone de ouvido para melhorar a nitidez dos estímulos auditivos e para diminuir a probabilidade da interferência de sons externos. As tarefas escritas (Pré e Pós-Testes, posteriormente descritos) foram impressas em folhas de papel A4. Foram também utilizados brinquedos que permitiam a interação da criança com a pesquisadora: jogos de tabuleiro (e.g., dama, Banco Imobiliário, Quem sou eu?), Uno e diversos quebra-cabeças.

Estímulos

Foram utilizados três conjuntos de estímulos: sentenças com figuras (A), operações com numerais (B) e problemas escritos (C). Cada conjunto era composto por 30 problemas de adição e 30 de subtração, sendo 10 operações com a incógnita em cada uma das três posições (a, b e c) para cada tipo de problema (adição e subtração). Os numeradores (maior valor) e os denominadores (menor valor) das operações com numerais (B) foram definidos a partir da seleção em duas matrizes confeccionadas com números inteiros (horizontal) x decimais (vertical), uma com numerais de 1,0 a 9,9 e outra com numerais de 10,1 a 69,9 que permitiam operações com reagrupamento (ou reserva). As operações com numerais eram apresentadas em tarefas de pareamento ao modelo com os números decimais posicionados na vertical, alinhados pela posição da vírgula, com o sinal (+ ou -) na lateral esquerda, e um retângulo com borda azul no lugar da incógnita.

Os problemas escritos (C), correspondentes as operações com numerais, apresentavam a seguinte estrutura: (1) situação inicial; (2) mudança na situação inicial ou situação nova; e (3) pergunta (e.g., A escada tinha 4,1 metros.

Para apagar um incêndio, foram acrescentados 1,8 metros. Qual a altura que a escada tem agora? \square ; A temperatura no laboratório era de 23,5 graus. Diminuiu \square graus e agora a temperatura está em 6,1 graus. Quantos graus a temperatura diminuiu?). Para indicar a operação, foram utilizados diferentes verbos relacionados com a ação de “adição” (e.g., aumentou, acrescentou) ou de “subtração” (e.g., diminui, reduziu). Os problemas escritos foram elaborados a partir de cinco contextos, sendo três de treino (Comprimento/Altura; Temperatura e Massa) e dois para os estímulos de teste ou de generalização (Sistema monetário e Capacidade/Litro). Para cada contexto foram confeccionados três problemas escritos, um para cada posição da incógnita. Assim, para cada unidade foram utilizados 15 problemas escritos de adição e 15 de subtração, sendo nove de treino e seis de generalização para cada operação.

Os estímulos no formato de sentença com figuras (A) foram confeccionados a partir do contexto dos problemas escritos. O contexto era representado por figuras e foram acrescentados: dois números, indicando o denominador, o numerador ou o resultado, posicionados da esquerda para a direita; o símbolo da operação (+ ou -); e o retângulo azul no lugar da incógnita (posição a, b ou c).

Procedimento

Foi utilizado o delineamento de sujeito único de pré-teste e pós-teste, para verificar o efeito do treino de regras para a resolução de problemas escritos de adição e de subtração com números decimais, após a formação de classes de equivalência compostas por operações no formato de sentenças com figuras, com numerais e problemas escritos. Após o Pré-Teste Geral, os participantes foram expostos ao Programa de Ensino que era composto por duas unidades de ensino de operações de adição e de subtração, realizadas de maneira alternada, com diferentes formatos (sentenças com figuras, operações com numerais e problemas escritos), e com a incógnita nas posições a, b e c. Em cada unidade eram realizados: (1) Pré-Teste das discriminações condicionais que seriam treinadas e testadas para avaliar a formação de classes de equivalência; (2) treino isolado e misto de relações condicionais (AB: sentenças com figuras e operações com numerais e AC: sentenças com figuras e problemas escritos); e Pós-Teste das mesmas relações avaliadas no Pré-Teste. Após a sequência de treinos e testes da Unidade 1 (com numerais de 1,0 - 9,9) era realizado o Treino de Regras de Resolução de problemas escritos de adição e subtração, seguido do Pós-Teste Geral 1. Na Unidade 2, os participantes foram expostos a mesma sequência de treinos e testes da Unidade 1, mas com numerais de 10,1 a 69,9. Ao final do treino de regras de resolução da Unidade 2, foi realizado o Pós-Teste Geral 2.

Independente dos acertos nas tarefas de treino e teste, ao final de cada sessão as crianças tinham a oportunidade de escolher um jogo dentre várias alternativas (e.g., dama, Banco Imobiliário, Quem sou eu?, quebra-cabeças diversos) e brincar com o experimentador por um período de 10-15 min ou até concluir o jogo.

Pré-Teste Geral. Esta avaliação consistia em uma tarefa impressa em folhas de papel A4, com estímulos coloridos, que deveria ser realizada com o uso de lápis. O Pré-Teste Geral era composto por 10 operações de adição e 10 de subtração, apresentadas de maneira misturada, e na seguinte ordem: (1) Problemas escritos; (2) Sentenças com figuras; e (3) Operações com numerais. Dentre as 20 operações, seis eram com figuras, seis com numerais e oito eram problemas escritos, com a incógnita nas posições a (7), b (6) e c (7). Metade das operações eram formadas por estímulos da Unidade 1 e as demais por estímulos da Unidade 2, sendo que 14 eram operações consideradas de treino e seis eram operações novas, ou de generalização, pois não foram utilizadas em nenhum dos procedimentos de ensino. Por se tratar de uma avaliação, não foram apresentados feedback para as respostas corretas e incorretas.

Programa de Ensino. Cada uma das duas unidades de ensino era composta por três sequências de Pré-Teste, treinos de relações condicionais, e Pós-Teste, sendo uma para cada posição da incógnita, na ordem: a, b e c.

Pré-Teste. Este teste era composto por seis blocos com 10 tentativas de pareamento ao modelo e o participante não era informado se a resposta estava correta ou não. Dentre as cinco operações de cada tipo (adição ou subtração), três eram com estímulos de treino e duas com estímulos que seriam apresentados apenas nos testes. No primeiro e no segundo blocos eram apresentadas discriminações condicionais, que seriam posteriormente ensinadas, entre sentenças com figuras e operações com numerais (AB) e entre sentenças com figuras e problemas escritos (AC), respectivamente, e nos blocos seguintes eram realizados os testes de formação de classes de equivalência. Nos blocos 3 e 4 eram apresentadas relações de teste entre operações com numerais e sentenças com figuras (BA) e entre problemas escritos e sentenças com figuras (CA). Nos dois últimos blocos (5 e 6) eram apresentadas as relações de teste entre operações com numerais e problemas escritos (BC) e entre problemas escritos e operações com numerais (CB). Em caso de 100% de acerto nos dois primeiros blocos (AB e AC) do Pré-Teste, com os estímulos de uma determinada posição da incógnita, os treinos AB e AC correspondentes não eram realizados e o participante era

exposto ao Pós-Teste. Se o escore fosse inferior a 100%, eram iniciados os treinos das discriminações condicionais AB e AC.

Treino de discriminações condicionais. Foram ensinadas, com o procedimento de pareamento ao modelo, as relações AB (sentença com figuras e operações com numerais) e AC (sentença com figuras e problema escrito), sendo que para cada posição da incógnita foram treinadas três operações de adição e depois três de subtração (treinos isolados). A seguir, as duas relações das operações de adição e de subtração eram treinadas de maneira misturada (Treino Misto).

Cada treino (AB e AC) de adição e de subtração era composto por 21 tentativas de pareamento ao modelo, com três estímulos de comparação, sendo três blocos com três tentativas para o ensino de cada uma das três operações de treino, e dois blocos com seis tentativas, duas de cada operação. Os estímulos modelo e de comparação correspondente eram de tipos diferentes (sentenças com figuras e operações com numerais ou problemas escritos), mas possuíam os mesmos numerais e a incógnita na mesma posição. Respostas definidas como corretas resultavam na apresentação de figuras de personagens de desenhos infantis (e.g., Turma da Mônica, Picachu, Merida), concomitante ao estímulo auditivo com a voz do personagem (e.g., “Parabéns”, “Valeu amigão”). Respostas incorretas produziam a apresentação de um “X” vermelho no centro da tela. Em cada treino (AB ou AC), os participantes deveriam atingir 100% de acerto no bloco final, com seis tentativas.

O Treino Misto era composto por 12 tentativas, organizadas em três blocos. No bloco 1 eram apresentadas três tentativas de adição, no bloco 2 três tentativas de subtração e no último seis tentativas, três de cada operação (adição e subtração).

Pós-Teste. As tentativas do Pós-Teste foram semelhantes as do Pré-Teste. Era necessário atingir o critério de 90% de acerto nas tentativas de teste BA, CA, BC e CB, que foi considerado evidência de formação de classes de equivalência, para prosseguir no Programa de Ensino com a próxima incógnita. Caso este critério não fosse atingido, o participante era exposto novamente aos treinos AB e AC da respectiva incógnita e, posteriormente, ao Pós-Teste. Após exposição a sequência de treinos e testes com as três posições da incógnita, era realizado o treino de regras de resolução.

Treino de Regras de Resolução. Este treino destinava-se a ensinar a utilização de regras para resolver problemas escritos de adição e de subtração com decimais. Em cada um dos dois treinos de regras de resolução (Unidade 1 e Unidade 2) eram apresentadas 12 operações de adição e 12 de subtração, sendo quatro para cada posição da incógnita. Inicialmente, foram treinadas regras de resolução de problemas escritos de adição e depois de subtração com a incógnita na posição c, depois na posição b e, por último, na posição a. Na Unidade 1, cada tentativa de treino (com um determinado problema escrito) era composta por quatro etapas: (1) Construção - após a leitura do problema escrito, o participante deveria selecionar, dentre as alternativas, os números, o operador e o retângulo com borda azul que indicava o valor desconhecido (incógnita), na ordem (a + b = c ou a - b = c) para montar a operação de adição ou subtração correspondente ao problema escrito; (2) Transformação - a posição da incógnita (b ou a) no problema com numerais deveria ser modificada para a posição c; (3) Resolução com numerais - em uma tarefa de pareamento ao modelo, o participante deveria selecionar, dentre três alternativas (estímulos de comparação), o número que correspondia ao valor da incógnita (posição c) na operação com numerais (estímulo modelo), correspondente ao problema escrito; (4) e Resolução do problema escrito - o problema escrito era reapresentado como estímulo modelo em uma tarefa de pareamento ao modelo e o participante deveria selecionar o estímulo de comparação que correspondia ao valor da incógnita ou o resultado do problema. Na Unidade 2 foi inserida a etapa de Resolução sem dica antes da resolução do problema escrito.

Nas etapas de construção (Figura 1, telas a - c) e de transformação (telas c1-c4) foram utilizados vídeos para apresentar as instruções e demonstrar os desempenhos que a criança deveria executar para montar a operação com numerais ou mudar a posição da incógnita (das posições a e b para a posição c). Sincronizado com a instrução oral, círculos vermelhos circulavam os numerais, o retângulo e a palavra indicadora da operação no problema escrito (Etapa de Construção) ou a mudança do sinal da operação original para a nova operação e o maior valor que deveria mudar de posição (Etapa de Transformação). Em caso de erro na etapa de resolução do problema com numerais (telas d e e), eram fornecidas dicas no formato de figuras (Unidade 1 - operações com laranjas correspondentes as partes à direita e à esquerda da vírgula) ou de operações (Unidade 2 - operações com unidades à direita e operações com dezenas à esquerda da vírgula; conforme Figura 1, telas f e g), juntamente com o áudio das instruções e a demonstração (com recursos de animação do Power Point). Foram utilizadas como consequências, para respostas intermediárias, imagens em formato de GIF (e.g., serpentinas, confetes coloridos) para respostas corretas nas etapas de construção, transformação e resolução com numerais e na resolução sem dicas (Unidade 2; telas h e i) e

consequências (tela k) similares as utilizadas nos treinos de discriminação condicional na etapa de resolução do problema escrito (tela j). Em todas as etapas, em caso de erro a tentativa era reiniciada (tela b).

Figura 1

Seqüência de Telas de uma Tentativa das Etapas do Treino de Regras de Resolução de Operações de Subtração, com a Incógnita na Posição a, da Unidade 2

1 - Construção

a



b

O arco da ponte tinha metros. Em uma reforma, foram reduzidos 24,3 metros e o arco ficou com 39,1 metros. Qual o tamanho inicial do arco?

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \hline 38,3 \\ 17,3 \end{array}$$

b1

O arco da ponte tinha metros. Em uma reforma, foram reduzidos 24,3 metros e o arco ficou com 39,1 metros. Qual o tamanho inicial do arco?

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \hline 38,3 \\ 17,3 \end{array}$$

c

O arco da ponte tinha metros. Em uma reforma, foram reduzidos 24,3 metros e o arco ficou com 39,1 metros. Qual o tamanho inicial do arco?

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \hline 38,3 \\ 17,3 \end{array}$$

2 - Transformação

c1

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ + 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array}$$

c2

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} + \begin{array}{r} \\ \\ \hline 24,3 \end{array}$$

c3

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ + 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array}$$

c4

$$\begin{array}{r} \\ - 24,3 \\ \hline 39,1 \end{array} + \begin{array}{r} \\ + 24,3 \\ \hline \end{array}$$

3 - Resolução com Numerais

d

$$\begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array}$$

e

$$\begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array}$$

Dica

f

$$\begin{array}{r} 1 \\ 39 \\ + 24 \\ \hline 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

g

$$\begin{array}{r} +39 \\ 24 \\ \hline , \end{array} \quad \begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

4 - Resolução sem dica

h

$$\begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array}$$

i

$$\begin{array}{r} 39,1 \\ + 24,3 \\ \hline , \end{array}$$

5 - Problema escrito

j

O arco da ponte tinha metros. Em uma reforma, foram reduzidos 24,3 metros e o arco ficou com 39,1 metros. Qual o tamanho inicial do arco?

k



Nota. Com a incógnita na posição a, na etapa de transformação (telas c1 a c4) ocorria a mudança da operação de subtração para adição. Entretanto, essa mudança não ocorria com a incógnita na posição b.

Pós-Teste Geral 1 e Pós-Teste Geral 2. Estes testes eram similares ao Pré-Teste Geral. O Pré-Teste Geral 1 foi realizado após o treino de regras de resolução da Unidade 1 e o Pós-Teste Geral 2 após o treino de regras de resolução da Unidade 2.

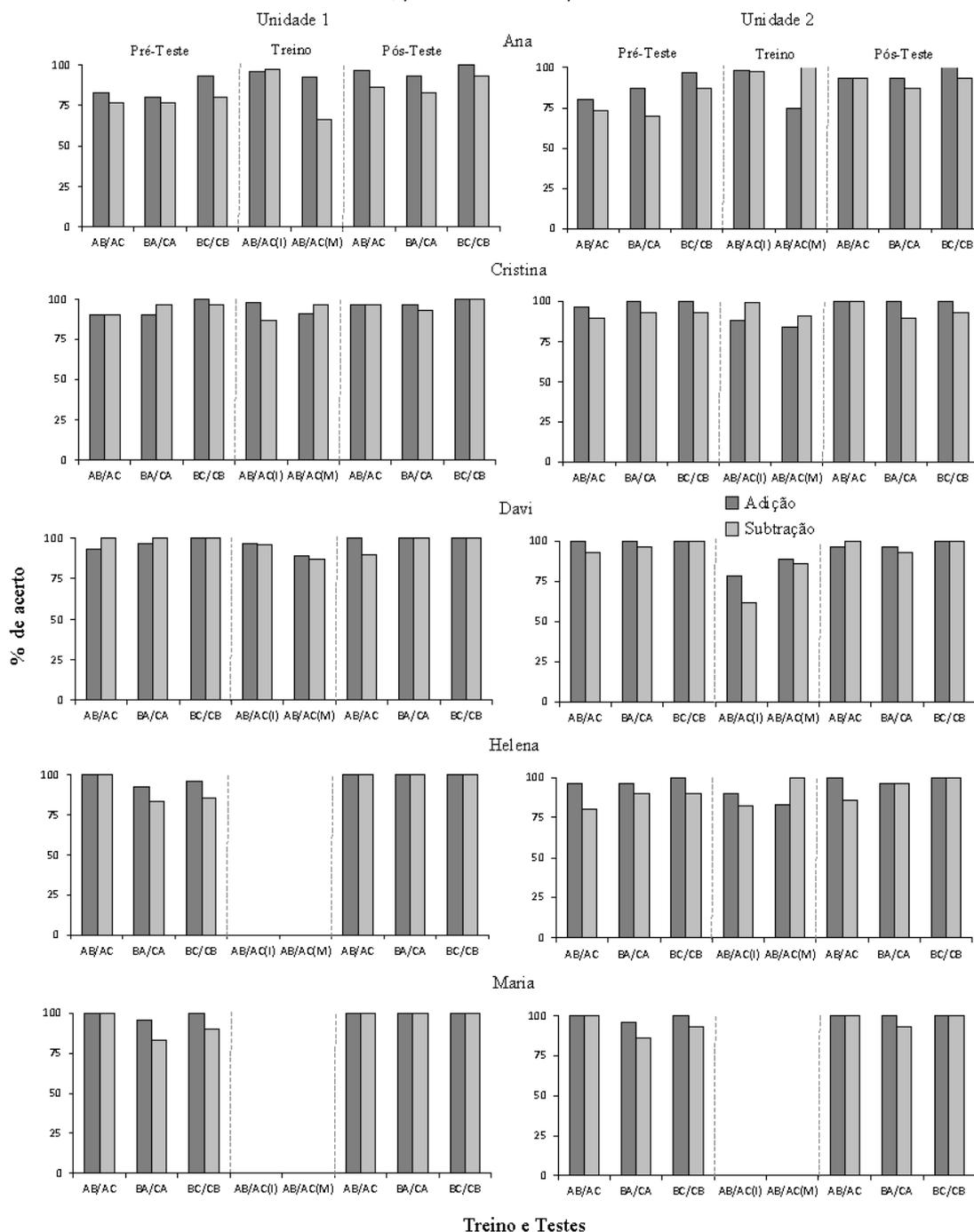
Resultados

A Figura 2 apresenta a porcentagem de acerto de cada participante nas operações de adição e subtração para as relações de treino (AB e AC) e de teste de relações emergentes (BA, CA, BC, CB) avaliadas nos Pré-Testes e nos

Pós-Testes, e para as relações diretamente treinadas (AB e AC) nas Unidades 1 e 2 do Programa de Ensino. Os dados de cada treino e teste foram agrupados, independente da posição da incógnita.

Figura 2

Porcentagem de Acerto nas Operações de Adição e de Subtração nos Pré-Testes e Pós-Testes e para as Relações Diretamente Treinadas nas Unidade 1 e 2, para cada Participante



Nos Pré-Testes das Unidades 1 e 2, os cinco participantes apresentaram porcentagem de acerto superior a 75% e, em geral, escores maiores para as operações de adição do que de subtração, exceto na Unidade 1 para Davi e nas relações BA/CA para Cristina. Nos treinos das relações AB e AC Isoladas e no Treino Misto da Unidade 1, para os participantes Ana, Cristina e Davi os escores tenderam a ser iguais ou maiores para as operações de adição, exceto para Cristina no Treino Misto. Na Unidade 2, escores maiores para as operações de subtração ocorreram para Cristina

nos treinos das relações AB e AC Isoladas e para Ana, Cristina e Helena no Treino Misto. No caso de Helena (Unidade 1) e Maria (unidades 1 e 2), a ausência de dados de treino indica que estas duas participantes atingiram no Pré-Teste o critério de 100% de acerto nas relações de treino (AB e AC) com cada posição da incógnita e, portanto, não foram expostas aos treinos de discriminação condicional da unidade correspondente. Nos Pós-Testes das duas unidades, a porcentagem de acerto aumentou (escores superiores a 90%) em relação aos Pré-Testes para a maioria das relações avaliadas e para as duas operações (adição e subtração).

De acordo com a Tabela 1, na Unidade 1 (parte superior), considerando todos os participantes, verifica-se que ocorreram erros em todas as etapas do treino de regras de resolução de operações de adição, sendo que as maiores quantidades foram nas etapas de Resolução com Numerais (18) e de Transformação (16). Considerando os dados individuais, Davi foi o participante com mais erros nestas duas etapas (7 e 5, respectivamente). Com as operações de adição, mais erros ocorreram com a incógnita na posição b (3 a 8 erros) seguido da posição a, especialmente para o participante Davi (7 erros). A quantidade de erros nas operações de subtração foi inferior aos erros nas operações de adição e se concentraram apenas nas etapas de Resolução com numerais (15) e de Transformação (7). Três participantes apresentaram erros em todas as posições da incógnita na etapa de Resolução com Numerais, sendo que mais erros ocorreram na posição b para Ana (3) e Davi (4). Mais tentativas tenderam a ocorrer com a incógnita nas posições b e a e na etapa de Resolução com numerais, principalmente no primeiro treino realizado com as operações de adição.

Na Unidade 2 (parte inferior da Tabela 1), a quantidade de erros dos participantes foi menor do que na Unidade 1. Com as operações de adição, os erros foram mais frequentes nas etapas de Verificação (15) e de Transformação (9) e quando as operações apresentavam a incógnita nas posições a e b, principalmente para Ana e Davi. Diferentemente da Unidade 1, na Unidade 2 a quantidade de erros foi maior com as operações de subtração. Considerando todos os participantes, mais erros ocorreram nas etapas de Verificação (13), Resolução de problema escrito (11) e de Transformação (9), e com a incógnita nas posições a e b. Ana e Davi foram os participantes que apresentaram maior quantidade de erros. De maneira similar ao que ocorreu na Unidade 1, os participantes tenderam a ser expostos a mais tentativas com a incógnita nas posições b e a, exceto Maria. Entretanto, mais tentativas ocorreram na etapa de Resolução sem dica, tanto com operações de adição quanto de subtração.

Todos os participantes apresentaram aumento na porcentagem de acerto em cada um dos Pós-Testes Geral, em comparação com o Pré-Teste Geral, sendo que os escores foram mais altos no Pós-Teste Geral 2 (Figura 3, parte superior esquerda, gráfico a). Desempenhos mais baixos foram verificados para o participante Davi, porém a porcentagem de acerto aumentou de 25% no Pré-Teste Geral para 50% no Pós-Teste Geral 2 (após a Unidade 2). Com relação ao desempenho nas operações de adição e subtração (Figura 3, parte central e inferior esquerda, gráficos b), verifica-se escores mais altos no Pré-Teste Geral com as operações de adição, exceto para Ana. Após a exposição ao Programa de Ensino, a porcentagem de acerto aumentou tanto para adição quanto para subtração, sendo que para Ana, Cristina e Helena os escores aumentaram mais para o Pós-Teste Geral 2 com as operações de subtração. Com relação a posição da incógnita (Figura 3, parte superior direita, gráfico c) verifica-se que houve aumento dos escores com a exposição ao Programa de Ensino, principalmente após a Unidade 2 (Pós-Teste Geral 2) e com a incógnita na posição c. Com relação ao tipo de representação do problema, verifica-se no Pré-Teste Geral porcentagem de acerto igual ou inferior a 40% na resolução dos três tipos, sendo o escore mais baixo para os problemas escritos (Figura 3, parte central direita, gráfico d). Após o Programa de Ensino, os escores aumentaram, principalmente no Pós-Teste Geral 2 e para os problemas escritos (27,5% no Pré-Teste Geral e 65% no Pós-Teste Geral 2). Nas três avaliações os escores mais altos ocorreram na resolução de operações com numerais.

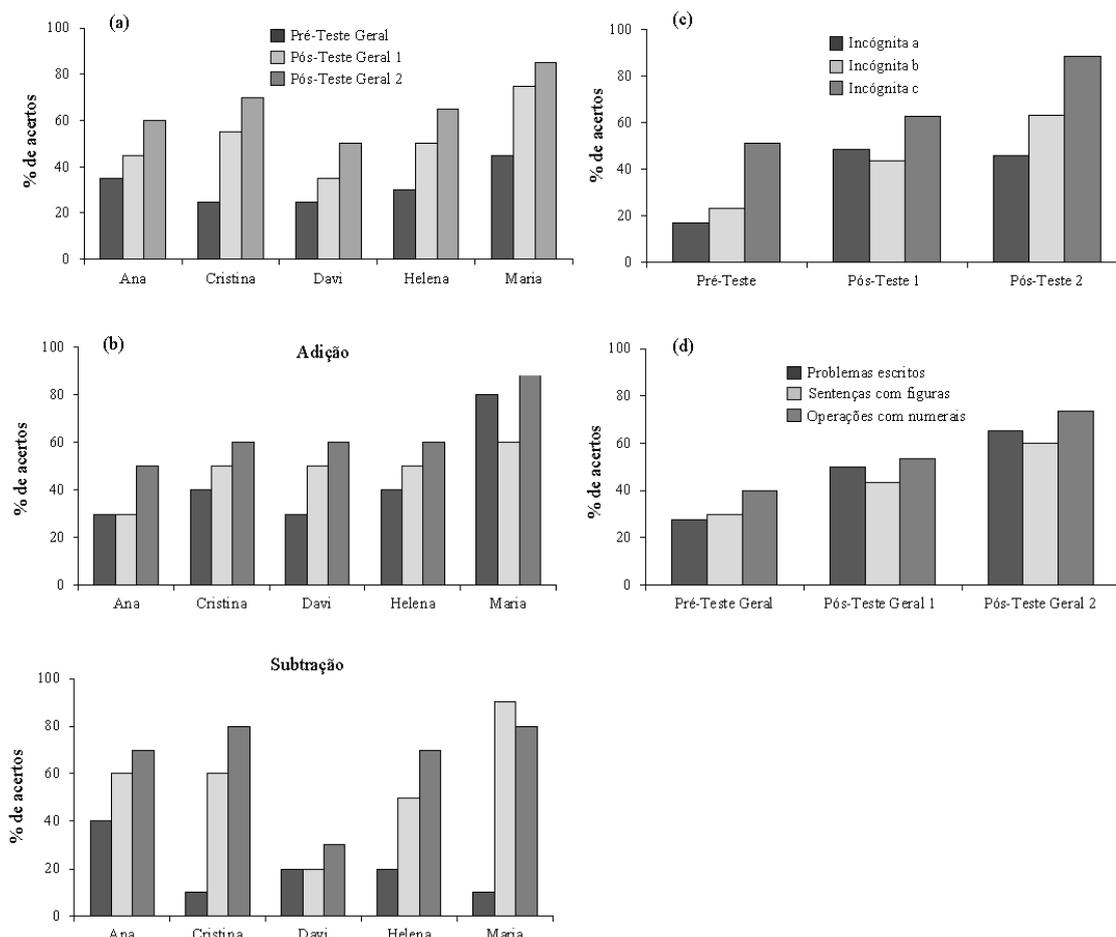
Tabela 1*Quantidade de Erros e de Tentativas em cada Etapa do Treino de Regras de Resolução nas Unidades 1 e 2, para cada Participante*

		Unidade 1															
Operação	Etapas	Ana			Cristina			Davi			Helena			Maria			
		c	b	a	c	b	a	c	b	a	c	b	a	c	b	a	
Adição	Construção	2/(6)	1/(6)		1/(6)	1/(6)		2/(6)		1/(6)	2/(6)				1/(6)		
	Transformação		2/(8)	2/(8)		2/(8)			2/(8)	3/(8)		2/(8)	1/(8)			2/(8)	
	Res. Numerais	1/(6)		1/(8)	1/(6)	1/(8)	1/(8)	1/(6)	4/(8)	2/(8)	1/(6)	1/(8)	1/(8)	1/(6)	1/(8)	1/(8)	1/(8)
	Res. Prob. Escrito		1/(6)			1/(6)			2/(6)	1/(6)			1/(6)			1/(6)	
Subtração	Construção																
	Transformação		2/(8)	1/(8)		1/(8)	1/(8)		3/(8)	1/(8)			1/(8)				
	Res. Numerais		1/(8)		2/(6)	1/(8)	1/(8)	2/(6)	1/(8)	1/(8)	2/(6)	1/(8)	1/(8)	2/(6)			
	Res. Prob. Escrito																
		Unidade 2															
Operação	Etapas	Ana			Cristina			Davi			Helena			Maria			
		c	b	a	c	b	a	c	b	a	c	b	a	c	b	a	
Adição	Construção									1/(6)							
	Transformação		1/(8)	2/(8)		1/(8)				4/(8)		1/(8)					
	Res. Numerais	1/(6)															
	Res. sem Dica		1/(10)	3/(10)	1/(6)		2/(10)	1/(6)	2/(10)	3/(10)		1/(10)				1/(10)	
	Res. Prob. Escrito		1/(6)				1/(6)		2/(6)	1/(6)		1/(6)					
Subtração	Construção																1/(6)
	Transformação								4/(8)	3/(8)		1/(8)				1/(8)	
	Res. Numerais	2/(6)						2/(6)			1/(6)						
	Res. sem Dica	2/(6)	2/(10)		1/(6)			1/(6)	1/(10)	3/(10)			1/(10)	1/(6)			1/(10)
	Res. Prob. Escrito		2/(6)	1/(6)		1/(6)		2/(6)	1/(6)	2/(6)		1/(6)					1/(6)

Nota. Res. Numerais = Resolução com Numerais; Res. Prob. Escrito = Resolução de Problema Escrito; a, b e c indicam a posição da incógnita (a + b = c ou a - b = c).

Figura 3

Porcentagem de Acerto no Pré-Teste Geral, no Pós-Teste Geral 1 e no Pós-Teste Geral 2 para cada Participante (a), por Operação - Adição e Subtração (b), por Posição da Incógnita (c), e por Tipo de Problema (d)



Discussão

Os treinos de discriminações condicionais e testes de verificação de classes de equivalência, intercalados com treinos de regras de resolução de problemas escritos produziu melhoras no desempenho dos participantes para resolver as operações aditivas (adição e subtração), no formato de sentenças com figuras, operações com números e problemas escritos, com incógnita nas posições *a*, *b* e *c*. Todos os participantes apresentaram porcentagens de acerto crescentes do Pré-Teste Geral para os Pós-Testes Gerais 1 e 2 (Figura 3a).

Formação de classe de equivalência foi verificada pela emergência de relações não treinadas (escores iguais ou superiores a 90% de acerto) nos pós-testes do Programa de Ensino. Esse resultado replica os resultados de estudos anteriores que demonstraram formação de classes de equivalência com operações com formatos distintos e com diferentes posições da incógnita (e.g., Haydu et al., 2006; Henklain & Carmo, 2013a; Iégas & Haydu, 2015). A exceção foram as participantes Helena (Unidade 1) e Maria (unidades 1 e 2) que já apresentavam o responder relacional avaliado, pois no primeiro Pré-Teste apresentaram 100% de acerto nas relações de treino (AB e AC) e escores superiores a 80% nas relações de teste, com a incógnita nas posições *a*, *b* e *c*. Portanto, não é possível afirmar que, para essas duas participantes os escores nos Pós-Testes caracterizam relações emergentes decorrentes dos treinos do presente estudo. Deve-se considerar que algumas relações avaliadas são comuns nos contextos escolar e familiar, o que pode ter favorecido o contato e a aprendizagem dessas relações (Haydu et al., 2006; Henklain & Carmo, 2013a).

Desde o Pré-Teste Geral ocorreu a exposição as incógnitas nas três posições, sendo que mais acertos ocorreram para a posição *c*, pois os participantes já tinham sido expostos no ambiente escolar ao ensino de resolução de problemas com operações nesse formato. Após a formação de classes de equivalência e realização dos treinos de

regra de resolução de problema escritos, o percentual de acertos aumentou para as três posições da incógnita nos Pós-Testes Geral 1 e 2, mas com escores menores para posição a, o que também foi verificado em outros estudos (Araújo, 2020; Henklain & Carmo, 2013a).

Com relação a forma de representação do problema, escores mais baixos foram verificados com os problemas escritos antes da exposição ao Programa de Ensino. Para as três formas de representação, houve aumento da porcentagem de acerto no Pós-Teste Geral 2 (valores entre 60-74% de acerto), o que é similar aos resultados de Araújo (2020) com números inteiros. Entretanto, a ocorrência de erros nesta avaliação final (de até 40%) sugere que o treino de regras de resolução de problemas escritos deveria ser mais gradual, uma vez que envolvia operações com dezenas e decimais e a aprendizagem de outros desempenhos (adição e subtração com reserva, e alteração da operação para mudar a incógnita para a posição c).

A quantidade de erros verificada na etapa de Transformação do treino de regras de resolução de problemas escritos, sugere que a estratégia de resolução utilizada no presente estudo (mudar a posição da incógnita para a posição c) exige repertórios adicionais por parte dos estudantes e, portanto, é necessária a exposição a múltiplos exemplares de problemas e etapas mais graduais de ensino. A estratégia de retornar à etapa inicial da tentativa de cada problema permitiu que os participantes chegassem ao final da tentativa com 100% de acerto e garantiu a generalização parcial na tarefa de lápis e papel dos Pós-Testes Geral.

Apesar de críticas relacionadas ao ensino de regras para o ensino de operações aritméticas (e.g., Oliveira & Tourinho, 2001), os estudos têm mostrado que instruções e dicas explícitas podem contribuir para um melhor desempenho, especialmente para crianças que apresentam dificuldade ou aprenderam parcialmente tais repertórios (Araújo, 2020; Henklain & Carmo, 2013a; Verneque, 2011). Tal treino de regras ensina discriminações entre a posição da incógnita (a ou b) e a mudança na operação a ser executada (adição ou subtração).

A informatização dos procedimentos de ensino favoreceu o desempenho dos participantes visto que trouxe benefícios como atendimento individualizado e controle das instruções. A utilização de áudios e vídeos de demonstração dos desempenhos que deveriam ser realizados para a resolução dos problemas de adição e de subtração, dividida em etapas sequenciais, mostra a importância do planejamento de contingências de ensino (conforme Skinner, 1968/1972) para a aprendizagem de comportamentos matemáticos. Adicionalmente, os procedimentos utilizados podem ser adaptados para o contexto escolar com potencial de sucesso.

Declaração de conflito de interesses

Os autores declaram que não há conflito de interesses relativos à publicação deste artigo.

Contribuição de cada autor

Certificamos que todos os autores participaram suficientemente do trabalho para tornar pública sua responsabilidade pelo conteúdo. A contribuição de cada autor pode ser atribuída como se segue: M. A. Nascimento Filha e R. M. Melo foram responsáveis pela formulação do delineamento experimental; M. A. Nascimento Filha fez a coleta de dados; e M. A. Nascimento Filha e R. M. Melo foram responsáveis pela redação final do artigo.

Direitos Autorais

Este é um artigo aberto e pode ser reproduzido livremente, distribuído, transmitido ou modificado, por qualquer pessoa desde que usado sem fins comerciais. O trabalho é disponibilizado sob a licença Creative Commons 4.0 BY-NC.



Referências

- Araújo, K. V. (2020). *Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e subtração com diferentes posições da incógnita*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília]. Repositório Institucional da UnB. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/38934>
- Araújo [Gualberto], P. M., & Ferreira, P. R. S. (2008). Ensinando subtração para pessoas com deficiência mental com base em relações de equivalência de estímulos. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 24, 313-322.
- Carmo, J. S. (2010). Controle aversivo, ensino das matemáticas em sala de aula e programação de contingências reforçadoras no ensino escolar. In J. S. Carmo, & P. S. T. Prado (Orgs.), *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática* (pp. 253-271). ESETec.

- Carmo, J. S., & A. M. Simionato (2012). Reversão de ansiedade à matemática: Alguns dados da literatura. *Psicologia em Estudo*, 17(2), 317-327. <https://doi.org/10.1590/S1413-73722012000200015>
- Donini, R. (2005). *Identificando comportamentos pré-requisitos para o ensino da adição e da subtração* [Dissertação de Mestrado não publicada]. Pontifícia Universidade de São Paulo. Biblioteca digital da PUC <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/16839>
- Hanna, E. S., Batitucci, L. A. V., & Batitucci, J. S. L. (2014). Software Contingência Programada: Utilidade e funcionalidades. *Revista Brasileira de Análise do Comportamento*, 10, 97-104. <http://dx.doi.org/10.18542/rebac.v10i1.3949>
- Haydu, V. B., Costa, L. P., & Pullin, E. M. M. P. (2006). Resolução de problemas aritméticos: Efeitos de relações de equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas. *Psicologia: Reflexão & Crítica*, 19(1), 44-52. <https://doi.org/10.1590/S0102-79722006000100007>
- Hiebert, J. (1982). The position of the unknown set and children's solutions of verbal arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13,341-349. <https://doi.org/10.2307/749008>
- Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013a). Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 29, 341-350. <https://doi.org/10.1590/S0102-37722013000300012>
- Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013b). Stimulus equivalence and increase of correct response in addition and subtraction problems. *Paidéia*, 23, 349-358. <https://doi.org/10.1590/1982-43272356201309>
- Léguas, A. L. F., & Haydu, V. B. (2015). Resolução de problemas aritméticos: Efeitos de ensino com uma balança virtual. *Temas em Psicologia*, 23, 83-96. doi: 10.9788/TP2015.1-06
- Lynch, D. C., & Cuvo, A. J. (1995). Stimulus equivalence instruction of fraction- decimal relations. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 28, 115-126. doi: [10.1901/jaba.1995.28-115](https://doi.org/10.1901/jaba.1995.28-115)
- Magina, S. M. P., Spinillo, A. G., & Melo, L. M. S. (2018). A resolução de problema de produto cartesiano por alunos do ensino médio. *Educação & Realidade*, 13, 293-311. <https://doi.org/10.1590/2175-623664750>
- Neef, N. A., Nelles, D., Iwata, B. A., & Page, T. J. (2003). Analysis of precurent skills in solving mathematics story problems. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 36, 21-33. doi: [10.1901/jaba.2003.36-21](https://doi.org/10.1901/jaba.2003.36-21)
- Oliveira, M. S. & Tourinho, E. Z. (2001). Desempenho de crianças do ensino fundamental na solução de problemas aritméticos. *Estudos de Psicologia*, 6(1), 63-74. <https://doi.org/10.1590/S1413-294X2001000100007>
- Prado, P. S. T., & de Rose, J. C. (1999). Conceito de número: Uma contribuição da análise comportamental da cognição. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 15, 227-235.
- Rossit, R. A. S., & Ferreira, P. R. S. (2003). Equivalência de estímulos e o ensino de pré-requisitos monetários para pessoas com deficiência intelectual. *Temas em Psicologia*, 11, 97-106.
- Santos, A. C. G., Cameschi, C., & Hanna, E. S. (2009). Ensino de frações baseado no paradigma de equivalência de estímulos. *Revista Brasileira de Análise do Comportamento*, 5, 19-41. <http://dx.doi.org/10.18542/rebac.v5i1.706>
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs. matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 53, 47-63. doi: [10.1901/jeab.1982.37-5](https://doi.org/10.1901/jeab.1982.37-5)
- Skinner, B. F. (1968/1972). *Tecnologia do ensino*. (R. Azzi, Trad.). Herber.
- Verneque, L. (2011). *Aprendizagem de frações equivalentes: Efeito do ensino de discriminações condicionais minimizando o erro e da possibilidade de consulta a dicas* [Tese de Doutorado não publicada]. Universidade de Brasília. Repositório institucional da UnB. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/8635>

Submetido em: 02/08/2021

Aceito em: 06/04/2022